

в. л. колмогоров

Напряжения Деформации Разрушение



Издательство
●Металлургия●
Москва 1970

В. Л. КОЛМОГОРОВ

Напряжения Деформации Разрушение

УДК 669.539.37/38

НАПРЯЖЕНИЯ, ДЕФОРМАЦИИ, РАЗРУШЕНИЕ. КОЛМОГОВ В. Л. Изд-во «Металлургия», 1970, с. 229.

В книге приведены результаты исследований автора с сотрудниками и использован литературный материал по вопросу напряженно-деформированного состояния металла и его разрушения при обработке давлением.

Освещены методы расчета напряжений и деформаций. Сформулирована теория разрушения. Подробно рассмотрено напряженное и деформированное состояние при прокатке, прессовании и волочении.

Изложен вопрос о напряженном, деформированном состоянии и разрушении хрупких металлов при их обработке гидроэкструзией.

Книга предназначена для инженерно-технических работников металлургической и машиностроительной промышленности, специалистов по обработке металлов давлением, а также может быть полезна студентам вузов той же специальности. Илл. 91. Табл. 24. Библ. 204 назв.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	7
Глава 1	
НЕКОТОРЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ И ТЕОРИИ РАЗРУШЕНИЯ	
1. Напряженное состояние	9
2. Деформированное состояние	11
3. Физические уравнения	14
4. Энергетические и вариационные уравнения	17
5. О разрушении	20
Глава 2	
ТЕОРИЯ РАЗРУШЕНИЯ И ПЛАСТИЧНОСТЬ МЕТАЛЛОВ	
1. Гипотеза о разрушении металлов при пластической деформации . . .	32
2. Экспериментальное определение диаграмм пластичности	36
3. Диаграммы пластичности сталей, сплавов и цветных металлов	46
4. Пластичность металлов при знакопеременной деформации	56
5. Пластичность металлов в теплом и горячем состоянии	60
Глава 3	
ЗАМЕЧАНИЯ ПО ПОВОДУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕННОГО И ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЙ	
1. Общая трехмерная задача. Граничные условия	74
2. Плоская задача и метод линий скольжения	77
3. Принцип возможных изменений напряженного и деформированного состояний	84
4. Приближенные вариационные методы подсчета напряжений и деформаций	96
Глава 4	
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ ПРИ КОВКЕ И ПРОКАТКЕ	
1. Некоторые кузнечно-штамповочные операции (плоские задачи) . . .	102
2. Осадка	108
3. Ковка полосы	121
4. Поперечная ковка и прокатка	140
5. Прокатка листа	145
6. Прокатка на обжимных и сортовых станах (напряженно-деформированное состояние на поверхности раската)	154

Глава 5

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПЛАСТИЧНОСТИ МЕТАЛЛА ПРИ ХОЛОДНОМ ВОЛОЧЕНИИ И ПРОКАТКЕ ТРУБ

1. Безоправочное волочение труб	158
2. Оправочное волочение труб	161
2. Холодная прокатка труб	165
4. Холодная прокатка особо толстостенных труб и ребристых профилей . .	176
5. Эффективность повышения степени использования пластичности металла при производстве холоднодеформированных труб	182
6. Экспериментальная проверка расчетов использования ресурса пластичности при холодной прокатке и волочении стальных труб	189

Глава 6

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ ПРИ ПРЕССОВАНИИ И ВОЛОЧЕНИИ

1. Волочение и прессование в условиях плоского деформированного состояния	193
2. Волочение круглых прутков и проволоки	210
3. Гидроэкструзия и возможность ее применения для деформации хрупких материалов	213
Литература	223

ПРЕДИСЛОВИЕ

Проблема деформируемости металлов без разрушения приобретает большое значение в связи с увеличением объема производства труднодеформируемых сплавов и повышением требований к качеству продукции и ее эксплуатационной долговечности. В то же время, как показал анализ [95], технология деформирования некоторых металлов и сплавов имеет в ряде случаев большие резервы пластичности. Их использование, например холодная прокатка и волочение с повышенными деформациями между отжигами, позволит получить значительный эффект.

Научная литература последних лет достаточно полно освещает вопросы определения энергосиловых параметров технологических процессов и формоизменения металлов. Специальных монографий по вопросам напряженного состояния металла и его разрушения в процессе пластического формоизменения давно не издавалось, а публикации в периодической литературе еще не обобщены.

Автор ряд лет изучает разрушение металлов при их обработке давлением. Лаборатория проблем деформации металлов Уральского научно-исследовательского института черных металлов накопила теоретический и экспериментальный материал по деформируемости. Представляется, что в настоящее время на основе этих данных есть возможность с такой же точностью, как вычисляются специалистами усилие или работа деформирования, а также формоизменение металла, предвидеть его разрушение. Упомянутые обстоятельства побудили автора написать предлагаемую читателям монографию.

Первая часть монографии посвящена теории расчета напряженного и деформированного состояния, а также теории разрушения. Изложение начинается обзором работ по разрушению и перечислены основные уравнения теории пластичности. Затем рассмотрена плоская задача по определению напряженно-деформированного состояния методом линий скольжения. Для решения более сложных задач рекомендован вариационный метод. До сих пор в литературе по теории обработки металлов давлением, главным образом в трудах уральской школы проф. докт. техн. наук И. Я. Тарновского, был описан лишь один принцип — принцип возможных изменений деформированного состояния. В монографии применен для расчета напряжений принцип возможных изменений напряженного состояния. Сформулирован также третий обобщающий принцип — принцип одновременного возможного изменения напряжений и деформаций.

Во второй части книги (главы 4—6) показано применение описанных в предыдущих разделах теоретических положений к конкретным вопросам холодного волочения, прокатки и прессования металлов. Здесь отмечено, какими резервами обладает в ряде случаев производство, недоиспользующее ресурс пластичности металла. Результаты этой части могут быть рекомендованы трубоволочильному производству для внедрения в практику. Проектная проработка Уралгипромеза, основанная на выводах этой части монографии и опыте их внедрения на Первоуральском Новотрубном заводе, показала возможность увеличения объема производства и снижения себестоимости труб настолько, что годовая экономическая эффективность в цехе средней величины составит свыше 1 млн. руб. со сроком окупаемости затрат в 3—4 месяца.

Автор надеется, что книга может оказаться полезной своим подходом к решению проблемы деформируемости не только инженерно-техническим работникам трубной промышленности, но и специалистам в области прокатки, волочения, штамповки и т. д.

Предлагаемый труд обобщает работу коллектива над проблемой деформируемости. Автор признателен своим помощникам В. В. Ериклинцеву, В. И. Уральскому, В. С. Плахотину, И. А. Соколову, А. А. Богатову, Г. Д. Козлову и В. Ф. Шишминцеву за сотрудничество, а коллективу Уральского института черных металлов — за внимание и помощь.

Раздел «Пластичность металлов в теплом и горячем состоянии» главы 2 написан автором совместно с А. А. Богатым. Раздел «Прокатка на обжимных и сортовых станах» главы 4 — с В. С. Плахотиным и М. Е. Фрейдензоном, а раздел «Волочение и прессование в условиях плоского деформированного состояния» главы 6 — с Г. Д. Козловым.

Глава I

Некоторые положения теории напряженно-деформированного состояния и теории разрушения

В главе даны основные определения, обозначения и уравнения, составляющие основу математической теории пластичности. Сделан анализ теорий разрушения металлов при их пластической обработке.

1. Напряженное состояние

Напряженное состояние в данной точке сплошной среды характеризуется симметричным тензором второго ранга:

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix}, \quad (1.1)$$

зная который можно подсчитать напряжения по любой площадке, проходящей через эту точку. На площадках, перпендикулярных к главным осям тензора (1.1), касательные напряжения отсутствуют, а нормальные напряжения называются главными и обычно обозначаются как

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3.$$

В сечениях биссекторных главным плоскостям действуют главные касательные напряжения:

$$\tau_1 = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}, \quad \tau_2 = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2}, \quad \tau_3 = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}. \quad (1.2)$$

Тензор напряжений имеет инварианты:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z, \\ I_2 &= \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2, \\ I_3 &= \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

Важное значение в дальнейшем имеет первый инвариант, а именно величина среднего или гидростатического давления в точке:

$$\sigma = \frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z). \quad (1.4)$$

Если вычесть из тензора напряжений шаровой тензор, соответствующий среднему давлению в той же точке, то получим новый тензор, называемый девиатором напряжения, который характеризует напряжения сдвига:

$$D_{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix}. \quad (1.5)$$

Главные направления тензоров (1.1) и (1.5) совпадают. Инварианты девиатора можно получить из формул (1.3), если заменить нормальные составляющие тензора напряжений на аналогичные составляющие девиатора.

Особую роль в теории пластичности играет второй инвариант девиатора напряжений. Положительный квадратный корень из этого инварианта называют интенсивностью касательных напряжений и обозначают

$$T = + \sqrt{\frac{1}{6} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2}. \quad (1.6)$$

В. В. Новожилов [112] показал, что интенсивность касательных напряжений пропорциональна среднему значению касательных напряжений, вычисленному по поверхности элементарной сферы, окружающей рассматриваемую точку тела.

Площадка, проходящая через данную точку и равно наклоненная к трем главным осям, называется октаэдрической. Касательное напряжение на этой площадке

$$\tau_{\text{окт}} = \sqrt{\frac{2}{3}} T, \quad (1.7)$$

а нормальное равно среднему или гидростатическому давлению (1.4). Иногда пользуются формулой интенсивности напряжений

$$\sigma_i = \sqrt{3} T, \quad (1.8)$$

которая отличается от (1.6) и (1.7) постоянным множителем.

Соотношение между тремя главными напряжениями можно выразить коэффициентом Лоде или Надаи:

$$\mu_{\sigma} = 2 \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} - 1. \quad (1.9)$$

При фиксированном μ_{σ} характер напряженного состояния определен с точностью до аддитивного гидростатического давления. Параметр μ_{σ} изменяется от -1 до $+1$. Если в процессе нагружения коэффициент (1.9) остается постоянным, то нагружение по А. А. Ильюшину называется простым [58].

Движение элемента среды в виде бесконечно малого параллелепипеда, грани которого параллельны координатным плоскостям, определяется приложенными к нему силами. К их числу относятся напряжения—компоненты тензора (1.1), а также массовые силы с компонентами X , Y , Z и инерционные силы от ускорений w_x , w_y , w_z . Подсчитав эти силы и приравняв нулю суммы их проекций на координатные оси, получим дифференциальные уравнения движения сплошной среды:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \rho(X - w_x) &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \rho(Y - w_y) &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \rho(Z - w_z) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

В дальнейшем рассматриваются случаи, когда отсутствуют массовые и инерционные силы, т. е. гравитационные нагрузки на тело малы, а течение достаточно медленное. Для многих задач обработки металлов давлением эти положения достаточно точны и дальше не оговариваются. Из условий равенства нулю суммы моментов относительно координатных осей вытекает закон парности касательных напряжений, который уже учтен симметрией тензора напряжений.

Уравнения равновесия для элементарного тетраэдра, примыкающего к границе тела, имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} X_n &= \sigma_x \cos(n, x) + \tau_{xy} \cos(n, y) + \tau_{xz} \cos(n, z), \\ Y_n &= \tau_{xy} \cos(n, x) + \sigma_y \cos(n, y) + \tau_{yz} \cos(n, z), \\ Z_n &= \tau_{xz} \cos(n, x) + \tau_{yz} \cos(n, y) + \sigma_z \cos(n, z). \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

Уравнения (1.11) впервые были получены Коши и иногда носят его имя. Следует отметить, что Коши были выведены не только граничные условия (1.11), но и дифференциальные уравнения равновесия (1.10) и уравнения связи перемещений с деформациями (1.17).

2. Деформированное состояние

Перемещение какой-либо частицы сплошной среды задается его составляющими u_x , u_y , u_z , а деформированное состояние — совокупностью величин, которые представляют собой симметричный тензор второго ранга — тензор деформации:

$$T_\varepsilon = \left\| \begin{array}{ccc} \varepsilon_x & \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \frac{1}{2} \gamma_{xz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \varepsilon_y & \frac{1}{2} \gamma_{yz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{xz} & \frac{1}{2} \gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{array} \right\|. \quad (1.12)$$

Тензор деформации, как и всякий симметричный тензор, имеет главные оси, удлинения в направлении которых ε_1 , ε_2 и ε_3 , а сдвиги равны нулю. Разности

$$\gamma_1 = \varepsilon_2 - \varepsilon_3, \gamma_2 = \varepsilon_3 - \varepsilon_1, \gamma_3 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \quad (1.13)$$

называются главными сдвигами. Инварианты тензора деформации записываются так же, как для тензора напряжений. Важное значение имеет первый инвариант, который выражает относительное изменение объема и обозначается

$$\varepsilon = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z. \quad (1.14)$$

Вычитая из тензора деформации шаровой тензор, соответствующий объемному изменению, получим девиатор деформации:

$$D_\varepsilon = \begin{vmatrix} \varepsilon_x & -\frac{1}{3}\varepsilon & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_y & -\frac{1}{3}\varepsilon & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_z & -\frac{1}{3}\varepsilon \end{vmatrix}. \quad (1.15)$$

Девиатор деформации характеризует изменение формы элемента среды за счет сдвигов. Он имеет те же главные направления, что и тензор (1.12). Следует отметить, что в случае несжимаемой среды тензор и девиатор деформации равны друг другу. Из трех инвариантов девиатора деформации важную роль играет квадратичный инвариант, который является суммарной или обобщенной характеристикой искажения формы элемента среды. Положительный квадратный корень из этого инварианта называется интенсивностью деформаций сдвига:

$$\Gamma = + \sqrt{\frac{2}{3} [(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2] + \dots + \gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2}. \quad (1.16)$$

В общем случае между компонентами тензора деформации и компонентами перемещения u_x , u_y , u_z существует сложная дифференциальная связь (см., например, [113]). Однако, считая деформации и углы поворота достаточно малыми, можно записать эту связь приближенно в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x}, & \gamma_{xy} &= \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}, \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial u_y}{\partial y}, & \gamma_{yz} &= \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}, \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial u_z}{\partial z}, & \gamma_{zx} &= \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (1.17)$$

Таким образом вычисляются по перемещениям компоненты тензора деформации. Если по деформациям необходимо подсчитать пе-

ремещения, то деформации должны быть заданы так, чтобы удовлетворялись условия Сен-Венана совместности или неразрывности деформаций:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}, & \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) &= 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y}, \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z}, & \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right) &= 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z}, \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial x \partial z}, & \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} \right) &= 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z \partial x}. \end{aligned} \right\} \quad (1.18)$$

Уравнения (1.18) являются следствием уравнений (1.17) и получены из них формальным путем.

Подобно параметру μ_σ , можно ввести параметр деформированного состояния:

$$\mu_\varepsilon = 2 \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_3}{\varepsilon_1 - \varepsilon_3} - 1. \quad (1.19)$$

Если на каждой ступени в процессе значительного пластического формоизменения величина (1.19) остается неизменной (остается постоянной доля смещаемого объема, идущая на увеличение каждого из поперечных размеров) и направления главных удлинений связаны с одними и теми же материальными волокнами, то такой процесс называется монотонным [143].

В дальнейшем деформированное состояние будем описывать не только в приведенных выше уравнениях теории малых упруго-пластических деформаций (ТУПД), но чаще в уравнениях теории пластического течения (ТПТ), которая рассматривает мгновенное состояние среды [59]. Ее частицы движутся со скоростью, компоненты которой v_x, v_y, v_z . Деформированное состояние описывается тензором скорости деформации:

$$T_\xi = \begin{vmatrix} \xi_x & \frac{1}{2} \eta_{xy} & \frac{1}{2} \eta_{xz} \\ \frac{1}{2} \eta_{xy} & \xi_y & \frac{1}{2} \eta_{yz} \\ \frac{1}{2} \eta_{xz} & \frac{1}{2} \eta_{yz} & \xi_z \end{vmatrix}. \quad (1.20)$$

Нет необходимости приводить формулы и уравнения ТПТ, так как они аналогичны приведенным выше соотношениям ТУПД. Уравнения (1.17) после замены индексов ε на ξ , γ на η и u на v будут точными.

Следует заметить, что интенсивность скоростей деформации сдвига

$$H = + \sqrt{\frac{2}{3} [(\xi_x - \xi_y)^2 + (\xi_y - \xi_z)^2 + (\xi_z - \xi_x)^2] + \dots} \rightarrow \dots + \eta_{xy}^2 + \eta_{yz}^2 + \eta_{zx}^2 \quad (1.21)$$

связана со скоростью сдвига на октаэдрической площадке и интенсивностью деформации формулами

$$\eta_{\text{окт}} = \sqrt{\frac{2}{3}} H \quad (1.22)$$

и

$$\xi_i = \frac{1}{\sqrt{3}} H. \quad (1.23)$$

Сумма интенсивностей последовательных малых деформаций, которую претерпела рассматриваемая частица с момента возникновения в ней пластических деформаций ($\tau = 0$) до данного момента $\tau = t$, называется степенью деформации [59, 63] и определяется как

$$e_i = \int_0^t \xi_i d\tau,$$

где

$$\xi_i = \frac{\partial e_i}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial e_i}{\partial x} + v_y \frac{\partial e_i}{\partial y} + v_z \frac{\partial e_i}{\partial z}. \quad (1.24)$$

Аналогичным образом определяется степень деформации сдвига:

$$\Lambda = \int_0^t H d\tau. \quad (1.25)$$

Интегралы в (1.24) и (1.25) должны быть подсчитаны, естественно, вдоль траекторий движения частиц.

Пусть x, y, z — координаты движущейся по линии тока частицы, тогда

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

или

$$\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y} = \frac{dz}{v_z} = dt.$$

Зная в установившемся движении v_x, v_y, v_z как некоторые функции координат, можно решить эту систему дифференциальных уравнений и определить линию тока любой частицы деформируемого тела.

Как показал Г. А. Смирнов-Аляев [141], в случае монотонного процесса деформирования степень деформации в точности равна интенсивности деформации, выраженной через главные логарифмические (истинные) деформации.

3. Физические уравнения

Теория напряжений и деформаций описывает отдельно динамическое и кинематическое состояние частиц сплошной среды. Для того чтобы построить полную систему уравнения, позволяющую определять напряженно-деформированное состояние металлов, необ-

ходимы уравнения, связывающие динамическое и кинематическое состояние частиц деформируемого тела. Эта связь дается физическими уравнениями теории пластичности или уравнениями состояния. Со времени создания Сен-Венаном первой математической теории пластического течения металлов, основанной на гипотезе о пропорциональности девиаторов напряжений и скоростей деформации при условии текучести Треска, было выдвинуто много других теорий пластичности (Мизес, Генки, Прандтль, Рейсс и др.). Однако до сих пор еще не создано универсальной теории, которая бы связывала напряжения, деформации, время и температуру так, чтобы было хорошее соответствие с опытом в самых сложных случаях нагружения.

Несомненно, что механика деформируемого металла установит такие соотношения $\sigma - \varepsilon - \tau - \theta$ и создаст в будущем более точную картину течения [60]. В настоящей работе использованы условия пластичности Сен-Венана и Леви для теории течения и условия Генки для малых деформаций [168], которые при определенных ограничениях (траектории нагружения малой кривизны и нагружение, близкое к простому), установленных А. А. Ильюшиным [61], достаточно точны.

Главные оси скоростей деформации сдвигов и направления октаэдрической скорости сдвига совпадают в каждый момент с главными осями напряжений и направлением октаэдрического напряжения соответственно. Это свойство процессов пластического течения металлов справедливо для рассматриваемых изотропных тел и математически выражается формулой

$$D_{\xi} = \chi D_{\sigma}. \quad (1.26)$$

Существуют еще два скалярных соотношения, связывающих напряжения и деформации. Первое из них связывает σ со скоростью относительного изменения объема ξ и относительным изменением объема ε . Однако в обработке металлов давлением скорость и относительное изменение объема настолько малы, что можно принять первое соотношение в виде условия несжимаемости:

$$\xi = \xi_x + \xi_y + \xi_z = 0. \quad (1.27)$$

Второе соотношение связывает T с N , Λ , температурой и временем. Для его определения достаточно опытных данных, полученных при простейших напряженных состояниях, например при одноосном сжатии. В литературе известно довольно много экспериментальных данных по изучению этой зависимости применительно к процессам обработки металлов давлением. Большие исследования реологических свойств сталей в условиях «горячего» деформирования были предприняты, например, на кафедре обработки металлов давлением Уральского политехнического института.

В настоящей работе использованы результаты названных исследований [160, 162] и опыты других авторов. Опытные данные аппроксимировали в виде

$$T = g_1(N) N \quad (1.28)$$

или

$$H = g_2(T) T \quad (1.28a)$$

при фиксированной температуре и степени деформации; здесь $g_1(H) = \frac{1}{g_2(T)}$ — некоторая характерная для данного материала функция. Следует отметить, что в действительности второе скалярное соотношение сложнее, чем уравнения (1.28) и (1.28a), и может быть представлено интегральными соотношениями наследственного типа, как это сделано в работах А. А. Поздеева с сотрудниками [5, 6]. Однако в данной работе ограничились уравнениями [1.28] и [1.28a].

Итак, уравнения связи напряжений и скоростей деформации приобрели следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \sigma + 2g_1(H) \xi_x, \quad \tau_{xy} = g_1(H) \eta_{xy}, \\ \sigma_y &= \sigma + 2g_1(H) \xi_y, \quad \tau_{yz} = g_1(H) \eta_{yz}, \\ \sigma_z &= \sigma + 2g_1(H) \xi_z, \quad \tau_{zx} = g_1(H) \eta_{zx} \end{aligned} \right\} \quad (1.29)$$

или в виде обратных функций:

$$\left. \begin{aligned} \xi_x &= \frac{1}{2} g_2(T) (\sigma_x - \sigma), \quad \eta_{xy} = g_2(T) \tau_{xy}, \\ \xi_y &= \frac{1}{2} g_2(T) (\sigma_y - \sigma), \quad \eta_{yz} = g_2(T) \tau_{yz}, \\ \xi_z &= \frac{1}{2} g_2(T) (\sigma_z - \sigma), \quad \eta_{zx} = g_2(T) \tau_{zx}. \end{aligned} \right\} \quad (1.29a)$$

Нет необходимости приводить описание ТУПД. Все сказанное выше справедливо и для этой теории, которая обладает, правда, меньшей общностью, однако в ряде случаев ее применение не менее оправдано. Достаточно иметь в виду, что напряжения в ТУПД связаны с малыми деформациями, формулами, подобными формулам (1.26), (1.27), (1.28) и (1.29) в ТПТ.

Приведенные в первых трех параграфах уравнения дают принципиальную возможность при заданных граничных условиях определить напряженное и деформированное состояния. Для определения 15 неизвестных (шесть компонентов тензора напряжений, шесть компонентов тензора деформации или ее скорости и три компонента перемещения или скорости течения) имеется 15 уравнений (три уравнения равновесия, шесть уравнений состояния и шесть геометрических уравнений связи компонентов скорости течения с компонентами тензора скорости деформации). Эта система в общем случае не имеет точного решения. С ее помощью получены точные решения лишь простейших технологических задач обработки металлов давлением. Анализ случаев сложного объемного течения является весьма трудной задачей математической физики.

Задача интегрирования дифференциальных уравнений может быть заменена равносильной задачей, заключающейся в отыскании функ-

ций, сообщающих экстремальное значение некоторым функционалам. Применение прямых методов вариационного исчисления позволяет заменить задачу интегрирования системы дифференциальных уравнений более простой задачей.

4. Энергетические и вариационные уравнения

Деформируемое тело объемом V ограничено поверхностью S , на которой действуют поверхностные силы X_n, Y_n, Z_n . Частицы поверхности имеют скорости перемещения v_x, v_y, v_z . Тогда мощность внешних сил равна

$$\int_S (X_n v_x + Y_n v_y + Z_n v_z) dS.$$

Используя соотношение (1.11) и преобразуя поверхностный интеграл в объемный по формуле Остроградского—Гаусса, находим

$$\int_V \left[v_x \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) + \dots + \sigma_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \dots + \tau_{zx} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \right] dV.$$

Так как компоненты тензора напряжений удовлетворяют дифференциальным уравнениям равновесия (1.10) без массовых и инерционных сил, то, имея в виду кинематические уравнения типа (1.17), получаем справедливое для любой сплошной среды тождественное соотношение:

$$\int_S (X_n v_x + Y_n v_y + Z_n v_z) dS = \int_V (\sigma_x \xi_x + \sigma_y \xi_y + \dots + \tau_{zx} \eta_{zx}) dV. \quad (1.30)$$

Аналогичное выражение может быть записано и для ТУПД:

$$\int_S (X_n u_x + Y_n u_y + Z_n u_z) dS = \int_V (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \dots + \tau_{zx} \gamma_{zx}) dV. \quad (1.30a)$$

Из этих выражений, если использовать уравнения теории пластической деформации, описанные ранее в п. 3, вытекают равенства

$$\int_S (X_n v_x + Y_n v_y + Z_n v_z) dS = \int_V T H dV, \quad (1.31)$$

$$\int_S (X_n u_x + Y_n u_y + Z_n u_z) dS = \int_V T G dV, \quad (1.31a)$$

которые являются обобщением на случай пластического течения теоремы Клапейрона для упругой деформации. Это обобщение для пластических сред было сделано Л. М. Качановым [71].

Равенство мощности (работы) внешних сил и внутренних сопротивлений имеет важное вспомогательное значение в теории упругости

и пластичности при выводе вариационных уравнений принципов возможных изменений напряженного и деформированного состояний.

Сообщим точкам тела, находящегося в равновесии, бесконечно малые кинематически возможные и непрерывные перемещения $\delta u_x, \delta u_y, \delta u_z$. Согласно началу возможных перемещений (Лагранжа), сумма работ всех сил (внешних и внутренних) на возможных перемещениях около состояния равновесия равна нулю

$$\int_V (\sigma_x \delta \epsilon_x + \sigma_y \delta \epsilon_y + \dots + \tau_{zx} \delta \gamma_{zx}) dV - \int_S (X_n \delta u_x + Y_n \delta u_y + Z_n \delta u_z) dS = 0.$$

Из этого уравнения следует, что в некоторых местах поверхности S в силу кинематических ограничений вариации перемещений могут быть равны нулю, а вариации деформаций подсчитаны по уравнениям (1.17). Уравнение справедливо для любой сплошной среды. Выразим напряжения в последнем уравнении через деформации с помощью формул, записанных для ТУПД по аналогии с формулами (1.29). Тогда вариационное уравнение принципа возможных изменений деформированного состояния для ТУПД примет вид

$$\int_V g_1(\Gamma) \Gamma \delta \Gamma dV - \int_S (X_n \delta u_x + Y_n \delta u_y + Z_n \delta u_z) dS = 0, \quad (1.32)$$

а для ТПТ

$$\int_V g_1(H) H \delta H dV - \int_S (X_n \delta v_x + Y_n \delta v_y + Z_n \delta v_z) dS = 0. \quad (1.32a)$$

Вариационные уравнения (1.32) для пластических сред в ТУПД и ТПТ были сформулированы Л. М. Качановым [68, 71] и А. А. Ильюшиным [62]. Вариационный принцип возможных изменений деформированного состояния для теории пластичности Мизеса рассматривал А. А. Марков [107]. Л. М. Качанов показал, что результаты этой работы могут быть распространены и на ТУПД [74].

Уравнения (1.32) и (1.32a) выражают равенство нулю вариации некоторых функционалов. Эти функционалы Л. М. Качанов называет соответственно полной энергией и рассеянием. В действительном движении эти функционалы имеют минимум. Вариационные уравнения принципа возможных изменений деформированного состояния (1.32) и (1.32a) являются энергетической формулировкой условия равновесия.

Вариационные уравнения принципа Лагранжа могут быть использованы для исследования формоизменения металлов в разнообразных случаях пластического деформирования.

Сравним действительное напряженное состояние $\sigma_x, \sigma_y, \dots, \tau_{zx}$ в теле с любым другим новым напряженным состоянием $\sigma_x + \delta \sigma_x, \sigma_y + \delta \sigma_y, \dots, \tau_{zx} + \delta \tau_{zx}$. Пусть новое состояние, как и действительное напряженное состояние, удовлетворяет условиям равновесия (1.10) и (1.11) и, следовательно, называется статическим возможным. Ясно, что вариации напряжений $\delta \sigma_x, \delta \sigma_y, \dots, \delta \tau_{zx}, \delta X_n,$

$\delta Y_n, \delta Z_n$ образуют уравновешивающуюся систему сил. Тогда в силу равенства мощности вариации внешних сил и вариации внутренних сопротивлений на действительных скоростях получаем

$$\int_V (\xi_x \delta \sigma_x + \xi_y \delta \sigma_y + \dots + \eta_{zx} \delta \tau_{zx}) dV - \int_S (v_x \delta X_n + v_y \delta Y_n + v_z \delta Z_n) dS = 0,$$

где $\xi_x, \xi_y, \dots, \eta_{zx}, v_x, v_y, v_z$ — действительные скорости деформаций и перемещений в объеме и на поверхности тела. В этом уравнении имеется в виду, что на некоторой части поверхности внешние силы могут быть заданы и их вариации равны нулю. Уравнение справедливо для любой сплошной среды.

Выразим скорости деформации в этом вариационном уравнении через напряжения, используя формулы, (1.29а). Тогда вариационное уравнение принципа возможных изменений напряженного состояния примет вид

$$\int_V g_2(T) T \delta T dV - \int_S (v_x \delta X_n + v_y \delta Y_n + v_z \delta Z_n) dS = 0. \quad (1.33)$$

Для ТУПД аналогичным образом получим

$$\int_V g_2(T) T \delta T dV - \int_V (u_x \delta X_n + u_y \delta Y_n + u_z \delta Z_n) dS = 0. \quad (1.33a)$$

Уравнения (1.33) и (1.33а) являются обобщением известного начала Кастильяно на случай пластического деформирования. Первоначально это начало в теории пластичности было постулировано Хааром и Карманом [197] и применено Генки [198], а позже было доказано [68, 71].

Вариационные уравнения (1.33) и (1.33а) свидетельствуют об экстремуме (минимуме) некоторых функционалов, которые Л. М. Качанов называет дополнительным рассеянием и дополнительной работой. Действительному напряженному состоянию соответствуют напряжения, для которых выполняются условия совместности деформаций (1.18), следовательно, уравнения (1.33) и (1.33а) являются энергетической формулировкой условия неразрывности деформаций [103, с. 189].

Уравнения начала Кастильяно могут быть использованы для расчета напряженного состояния.

Заканчивая описание уравнений теории пластичности и вариационных принципов возможных изменений напряженного и деформированного состояний, еще раз отметим, что оно носит утилитарный характер. Здесь были введены обозначения, перечислены определения, формулы и уравнения. Подробное изложение можно найти в монографиях и обзорах Л. С. Лейбензона [107, 108], А. А. Ильюшина [58, 60], Л. М. Качанова [70, 74], В. В. Соколовского [152], Р. Хилла [176], В. Прагера [128, 129] и др.

Изложим состояние теории разрушения в упругости, пластичности и обработке металлов давлением.

5. О разрушении

Первые сведения о попытках изучения прочности материалов относятся к эпохе Возрождения¹. Галилей пришел к выводу, что при изгибе происходит разрыв продольных волокон. Разрушение наступает тогда, когда наибольшее нормальное напряжение σ_1 достигает некоторого характерного для данного материала значения σ_0 . Условие неразрушимости было обобщено на любое сложное напряженное состояние. Если предельные напряжения на сжатие и растяжение равны, то условие прочности материала в какой-либо его точке будет

$$\left. \begin{aligned} -\sigma_0 < \sigma_1 < \sigma_0, \\ -\sigma_0 < \sigma_2 < \sigma_0, \\ -\sigma_0 < \sigma_3 < \sigma_0. \end{aligned} \right\} \quad (1.34)$$

Основы второй теории прочности были заложены в XVII в. Мариоттом, а окончательно она была оформлена Сен-Венаном в середине XIX в. В этой теории критерием прочности принято относительное удлинение. Оно не должно превышать некоторые предельные величины $+\epsilon_0$ и $-\epsilon_0$, которые получены из опытов на простое растяжение и сжатие. Если разрушение происходит при малых деформациях, в пределах которых справедлив закон Гука, то, выразив деформации через напряжения, условие прочности можно записать так:

$$\left. \begin{aligned} -\sigma_0 < \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) < \sigma_0, \\ -\sigma_0 < \sigma_2 - \nu(\sigma_3 + \sigma_1) < \sigma_0, \\ -\sigma_0 < \sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2) < \sigma_0. \end{aligned} \right\} \quad (1.35)$$

Третья классическая теория прочности в качестве критерия разрушения принимает наибольшее касательное напряжение, т. е. вводит гипотезу о преимущественном влиянии главных касательных напряжений. Условия прочности по этой теории, основоположником которой считается Кулон (XVIII в.), запишутся так:

$$\left. \begin{aligned} -\tau_0 < \tau_1 < \tau_0, \\ -\tau_0 < \tau_2 < \tau_0, \\ -\tau_0 < \tau_3 < \tau_0; \end{aligned} \right\} \quad (1.36)$$

здесь τ_0 и $-\tau_0$ — предельные значения наибольшего касательного напряжения при испытаниях на одноосное растяжение и сжатие.

Третья теория прочности была применена в середине XIX в. Сен-Венаном в качестве условия пластичности. При этом пластиче-

¹ Исторический обзор С. П. Тимошенко [169], а также книга М. М. Филоненко-Бородича [179].

ская деформация в данной точке начинается тогда, когда наибольшее касательное напряжение в ней достигнет предельного значения.

Опыты А. Фёппля, а также опыты Геста показали, что первая и вторая теории прочности в большей степени соответствуют материалам, обнаруживающим свойства хрупкого разрушения без сколько-нибудь заметных остаточных деформаций. Третья теория прочности более или менее справедлива для материалов, переходящих в пластическое состояние.

Классические теории прочности не обладают достаточной общностью и точностью. Это заставило ученых усложнить свои поиски и обратиться к тем или иным комбинациям инвариантов напряженного и деформированного состояний, т. е. ввести в рассмотрение функции от инвариантов, выбираемые на основе каких-либо физических соображений. Такие попытки предприняли Максвелл, затем Бельтрами и, наконец, в 1904 г. Губер опубликовал условие прочности:

$$A_{\text{форм}} < A_0. \quad (1.37)$$

Согласно этому условию работа формоизменения элементарного объема в какой-либо части тела не должна превышать некоторую постоянную величину, характерную для данного материала; при этом должно быть $\sigma < 0$. Если же $\sigma > 0$ (преобладают растягивающие напряжения), то предельную величину имеет уже вся работа деформации, складывающаяся из работы изменения формы и работы изменения объема.

Мизес в 1913 г., а Генки в 1924 г. предложили принять уравнение (1.37) за условие пластичности, которое через напряжения может быть записано в известной форме:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_s^2. \quad (1.38)$$

Последнюю теорию называют энергетической. Работа формоизменения связана со сдвигами и касательными напряжениями. Оказалось, что между этой теорией и третьей теорией прочности имеется много общего и они количественно незначительно отличаются друг от друга.

По третьей и энергетической теориям прочности за разрушение принимается начало пластической деформации и предполагается, что материал обладает одинаковым сопротивлением простому растяжению и сжатию. Многие исследователи (например, Кулон, Дюге) делали попытки усовершенствовать теории прочности и обойти это предположение. Так появилась теория прочности О. Мора, которую он опубликовал в 1882 г. и затем вторично в 1900 г.

Теория Мора предполагает, что скольжение (разрушение) возникает по площадкам, проходящим через ось среднего главного напряжения, где реализуется наибольшее из главных касательных напряжений. В отличие от третьей теории прочности, согласно которой предельное напряжение для τ постоянно для данного материала, Мор предполагает, что величина этого предельного касательного на-

пряжения зависит от величины нормального напряжения σ на площадке скольжения и существует для данного материала предельная кривая $\alpha\beta$ (рис. 1). Мор сделал еще одно существенное предположение, что промежуточное главное нормальное напряжение σ_2 не влияет на предельную кривую. По физическому смыслу этой теории ордината предельной кривой растет при убывании абсциссы, так как сопротивление скольжению возрастает по мере перехода от растяжения к сжатию. Мор указывает, что предельная кривая должна быть получена из серии опытов над данным материалом.

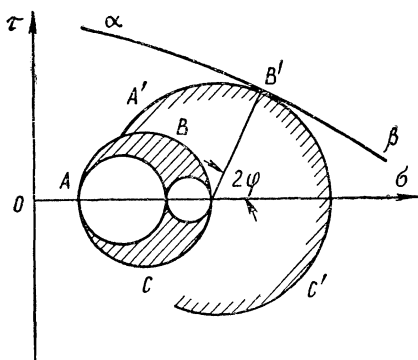


Рис. 1. К теории разрушения О. Мора

Разрушение материала по Мору происходит следующим образом. По мере роста нагрузки напряженное состояние в опасной точке, описываемое кругом Мора ABC (заштрихован на рис. 1), увеличивается. В некоторый момент главный круг $A'B'C'$ коснется предельной кривой и произойдет разрушение. Координаты точки касания B' дают нормальное и касательное напряжения разрушения, а угол φ — наклон площадки разрушения к одному из главных направлений.

Теория Мора нашла подтверждение в многочисленных опытах с пластичными и с хрупкими материалами и получила широкое распространение. До настоящего времени появляются все новые работы, посвященные ее развитию и применению [8, 42, 50, 57, 110, 127, 139 и др.].

Дальнейшее рассмотрение механических теорий прочности не входит в задачу настоящей книги, так как все они соответствуют малым упруго-пластическим деформациям и в теории обработки металлов давлением, которая имеет дело с развитыми пластическими деформациями, неприменимы. Сделанный выше краткий обзор дал возможность проследить процесс познания такого сложного явления, как разрушение. Принципы построения теорий прочности, которые хорошо сформулированы М. М. Филоненко-Бородичем [179], состоят в следующем:

- 1) вводится гипотеза о преимущественном влиянии избранного расчетного показателя на процесс разрушения;
- 2) на основе принятой гипотезы строится теоретический аппарат расчета (теория прочности);
- 3) построенная теория проверяется на опытах в различных условиях, и отсюда делается вывод о пригодности, непригодности или частичной, т. е. ограниченной, пригодности принятой гипотезы.

Рассмотренные выше теории прочности основываются на механических показателях — инвариантах тензора напряжений и тензора деформации. Они получили название механических теорий прочности.

Метод их построения (гипотезы, использование категорий механики сплошных сред) показывает, что они не могут охватить всю физическую сложность явления разрушения материала и потому эти теории прочности можно назвать еще феноменологическими¹. Конечно, физика явления разрушения при построении механических теорий прочности учитывается. Она оказывает определенное влияние на выбор той или иной гипотезы или модели разрушения. В следующих главах при построении теории разрушения металла в процессах пластического формоизменения будет следовать принципу, по которому построены рассмотренные выше классические теории прочности.

Кратко познакомимся с теориями разрушения металлов или, точнее, с теориями деформируемости в науке об обработке металлов давлением.

Вопросу деформируемости металлов без разрушения посвящены работы С. И. Губкина [34, 35]. В условиях развитой пластической деформации критерием разрушения металла служит степень деформации. Она не должна превышать некоторое критическое значение, характерное для данного материала и условий деформирования. Это значение предельной деформации называется пластичностью.

Предельную степень деформации или пластичность однородно деформируемого элементарного кубика С. И. Губкин предлагает оценивать некоторой величиной—интенсивностью деформаций:

$$\varepsilon_u = a\varepsilon_{\max}, \quad (1.39)$$

где $\varepsilon_{\max}$ — максимальная главная деформация;

a — коэффициент, учитывающий вид деформированного состояния.

В настоящее время есть, как уже упоминалось, правильное определение степени деформации, которое дал Оджквист [168]. Формула (1.39) может учесть всю деформацию лишь в частном случае монотонного деформирования только при условии, что коэффициент a назначен верно. В связи с этим следует подчеркнуть, что в литературе в подавляющем большинстве случаев пользуются неправильными определениями степени деформации. За степень деформации принимают относительное изменение линейного размера, относительное изменение площади поперечного сечения и т. п. Все эти величины характеризуют деформацию, но не являются степенью деформации.

С. И. Губкин отмечает, что пластичность зависит от химического состава, структуры температурно-скоростных условий деформации, окружающей среды, масштабного фактора и напряженного состояния тела. Чтобы получить некоторую характеристику пластичности

¹ Исследования физических явлений разрушения относятся к другой, не рассматриваемой здесь области науки. Соответствующие ей теории называются физическими теориями прочности и разрушения [40, 55, 56, 66, 115, 172, 173, 180, 181 и др.]. Следует назвать имена А. Ф. Иоффе, Н. Н. Давиденкова, И. А. Одингга, Я. Б. Фридмана и др., внесших значительный вклад в их создание и развитие.

данного вещества при тех или иных температурно-скоростных условиях деформирования, он вводит понятие средней пластичности. Усреднение производится следующим образом.

Пластичность, полученная при каком-то определенном напряженном состоянии, С. Н. Губкин назвал единичной пластичностью δ^I . Напряженное состояние он характеризует двумя инвариантными величинами:

$$\alpha = \frac{\sigma}{|\sigma_{\max}|} \quad (1.40)$$

и

$$\delta_d = \frac{d_{\min}}{|d_{\max}|}, \quad (1.41)$$

где $|\sigma_{\max}|$ — максимальное по абсолютной величине главное напряжение;
 $d_{\min}$ и $|d_{\max}|$ — минимальное и максимальное по абсолютной величине главное значение девиатора напряжения.

Показатель (1.40) может меняться от -1 до $+1$, а показатель (1.41) от $-0,5$ до $+0,5$. Над областью изменения показателей α и δ_d можно построить поверхность единичной пластичности.

Средняя ордината этой поверхности С. И. Губкиным и названа средней пластичностью. Зная среднюю пластичность P , можно изучать влияние на нее таких факторов, как температура, скорость, химический состав, структура, и получать тем самым наиболее полное представление о пластичном поведении вещества. Представляется проблематичной возможность получения в некоторых случаях показателя средней пластичности, так как при $\alpha \rightarrow -1$ многие металлы могут показать неограниченную пластичность и в формуле средней пластичности, возможно, будет несобственный интеграл. С. И. Губкин рекомендует вместо объемной диаграммы единичной пластичности пользоваться при решении теоретических вопросов плоской диаграммой в координатах $\alpha-\delta^I$. Влияние показателя δ_d на пластичность при этом во внимание не принимается. Величину средней пластичности он предлагает определять приближенно по формуле

$$P_{\text{пр}} = \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i^I}{n}, \quad (1.42)$$

где δ_i^I — единичные пластичности привлеченных испытаний;
 n — число испытаний.

Привлеченные испытания принимаются попарно так, чтобы показатель напряженного состояния α в них был симметричен нулевому значению, которое реализуется при кручении. Во многих случаях С. И. Губкин рекомендует ограничиться двумя привлеченными испытаниями — осадкой и растяжением. За разрушение при осадке он принимает момент появления первой трещины, замеченной невооруженным глазом.

Изложенная здесь кратко теория деформируемости С. И. Губкина предназначена для изучения зависимости пластичности металлов от температуры, скорости деформирования, структуры и т. п. Она помогает выбрать температурно-скоростные условия деформирования, при которых будет достаточно высокая пластичность металла. Следует заметить, что оценка пластичности (средняя пластичность метода двух испытаний) производится в сравнительно узком интервале напряженного состояния и выводы этой теории справедливы только для процессов с напряженным состоянием из этого интервала. С. И. Губкиным и его сотрудниками получены обширные сведения о пластичности цветных металлов и сплавов [35].

Известно, что каждому технологическому процессу обработки металла давлением свойственно свое напряженное состояние, причем деформации развиваются во времени в условиях переменного напряженного состояния. Как оценить режим обработки в смысле напряженно-деформированного состояния металла и его разрушения? На этот вопрос теория деформируемости С. И. Губкина ответа не дает. Но она подходит к ответу близко, так как рекомендует строить диаграммы пластичности металла в зависимости от напряженного состояния.

Л. Д. Соколов решает эту проблему следующим образом [151]. Основываясь на известном положении, что схема напряженного состояния оказывает влияние как на силу, потребную для деформирования (C), так и на пластичность—деформируемость (D), он считает, что можно составить экспериментальную функцию $D = \varphi(C)$ для любого материала и для данных температурно-скоростных условий пластической деформации. Значение C он берет в виде отношения $\frac{p}{\sigma_s}$, где p — среднее удельное давление или сопротивление деформированию с учетом схемы напряженного состояния, σ_s — сопротивление деформации, зависящее для данного материала и для данных температурно-скоростных условий пластической деформации от степени деформации, но не зависящее от схемы напряженного состояния. Значение D выражено истинной максимальной главной деформацией.

Л. Д. Соколов на основании опытов по растяжению, волочению, сжатию между плитами, прокатке и прессованию построил диаграмму механической деформируемости для цинка при комнатной температуре. Она может служить, как считает Л. Д. Соколов, для определения допустимой из условия разрушения деформации металла. Рассчитав $C = p/\sigma_s$ для какого-то процесса, из диаграммы механической деформируемости получаем максимально возможную или допустимую деформацию.

Л. Д. Соколов ставит разрушение безотносительно от места, где оно происходит, в зависимость от показателя, который характеризует напряженное состояние на контактной поверхности. Так, например, при осадке разрушение наступает на боковой поверхности и ставить его в зависимость от напряженного состояния на поверхности кон-

такта с бойком неправильно. Разрушение в каком-то месте образца следует ставить в зависимость от локального показателя напряженного состояния. Имея это в виду, В. А. Скуднов и Л. Д. Соколов [140] в случае развитых пластических деформаций при осадке отдают предпочтение локальному показателю

$$\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_i} \quad (1.43)$$

В работе [143] Г. А. Смирнов-Аляев и В. М. Розенберг сделали предположение о преимущественном влиянии на пластичность металлов отношения (1.43), которое отличается постоянным множителем от коэффициента жесткости, предложенного В. А. Бабичковым [7]. При одноосном сжатии оно равно -1 , при одноосном растяжении $+1$, при кручении 0 и т. д. Авторы показали, что при двухосном растяжении (деформация стенок полого цилиндра

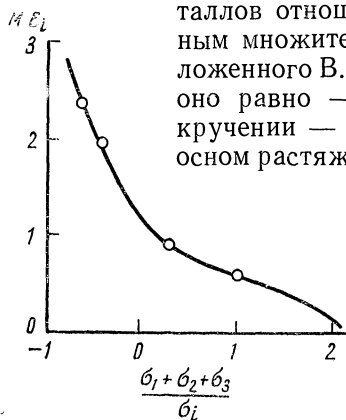


Рис. 2. Влияние показателя напряженного состояния в момент разрушения на предельную степень деформации [143]

с днищами под действием внутреннего давления) разрушение наступает при меньшей степени деформации, чем при одноосном растяжении. В качестве примера повышенной способности материала выявлять пластическую деформацию приведены опыты П. Бриджмена по разрыву цилиндрических образцов, погруженных в жидкость, давление которой достигало $2,96 \cdot 10^3 \text{ Мн/м}^2$ (30 000 атм).

Обработав вторично данные П. Бриджмена, Г. А. Смирнов-Аляев и В. М. Розенберг определили показатель напряженного состояния (1.43) и степень

деформации ϵ_i к моменту разрушения и построили соответствующую зависимость (рис. 2) для некоторой стали *NDRS*. Следует отметить, что этот график связывает предельную степень деформации с показателем напряженного состояния непосредственно перед разрывом. Он не учитывает изменение показателя в процессе деформации из-за упрочнения металла и за счет изменения формы образца.

Теорию деформируемости без разрушения Г. А. Смирнов-Аляев со своими сотрудниками дальше развивает для случая свободной осадки круговых цилиндров [141]. Известно, что при осадке разрушение начинается на середине боковой поверхности цилиндра — на поверхности «бочки».

В целях определения напряженно-деформированного состояния поверхностного слоя бочки изучали искажение прямоугольной координатной сетки, нанесенной на поверхность типографским способом. Размеры отдельных ячеек этой сетки тщательно измеряли до деформации и в нескольких стадиях процесса обжатия испытуемого цилиндра. Опытные данные удалось хорошо аппроксимировать аналитически и построить вспомогательную таблицу, с помощью которой

можно достаточно точно определить напряженное состояние и степень деформации на поверхности бочки в любой стадии процесса осадки [141].

Г. А. Смирнов-Аляев считает испытание на осадку одним из самых подходящих для определения зависимости $\varepsilon_i - (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/\sigma_i$ в момент разрушения. По его мнению, чтобы получить эти зависимости, достаточно провести испытание на осадку, варьируя от опыта к опыту условия трения и размеры цилиндров. Указанным выше способом определяются степень деформации и напряженное состояние на любой стадии осадки и в момент разрушения — появления трещины. На рис. 3 представлены опытные данные для различных сталей. Сплошные кривые показывают изменение напряженно-деформированного состояния на поверхности бочки в процессе осадки. Пунктирные кривые соответствуют искомой зависимости и в ее районе расположились опытные точки, отметившие момент разрушения. Здесь же приведены опытные точки, отмеченные буквой P , соответствующие разрушению при одноосном растяжении. В действительности разрушение при растяжении наступает при показателе напряженного состояния больше единицы вследствие образования шейки и возникновения схемы трехосного растяжения в ее центре. Этого диаграмма не учитывает.

Следует отметить, что описанная теория деформируемости Г. А. Смирнова-Аляева справедлива для процесса осадки. Ее применение для других случаев обработки металлов давлением с иным законом изменения напряженно-деформированного состояния в процессе деформирования перед разрушением еще не доказано. На наш взгляд, теория разрушения должна учитывать историю деформирования металла. Действительно, опыты Г. А. Смирнова-Аляева по осадке необточенных цилиндров из калиброванного металла (поверхностный слой получил предварительно существенную степень деформации) показали пониженную пластичность [141, 143], т. е. разрушение происходило раньше, чем металл достиг предельного состояния (пунктирная кривая на рис. 3). Варьируя условия осадки таких необточенных цилиндров, можно было бы получить для них также диаграмму зависимости критической степени деформации от показателя напряженного состояния, которая будет отличаться от диаграммы на рис. 3. Для каждого сложного процесса, состоящего в одном случае из осадки, в другом калибровки и осадки и т. д., имеется своя диаграмма. Сложность накопления такого числа экспериментальных данных очевидна. Ниже, во II главе, будет показано, что для оценки возможности разрушения в различных процессах обработки металлов давлением можно обойтись одной диаграммой пластичности. На наш взгляд, преимущество теории Г. А. Смирнова-Аляева перед другими теориями деформируемости состоит в том, что она пользуется правильным определением меры пластичности — степенью деформации в формулировке А. А. Ильюшина. Выбран удачный показатель напряженного состояния, процесс разрушения рассматривается локально, т. е. эта теория связывает напряженное

состояние и степень деформации непосредственно в месте разрушения.

Кратко остановимся на работах М. А. Зайкова и В. Н. Перетятко [51, 52, 120—122]. Эти авторы рекомендуют оценивать пластичность октаэдрическим сдвигом результирующей деформации $g_{\text{окт}}$. Если известны, например, истинные деформации в результате прокатки, то просто может быть вычислен этот октаэдрический сдвиг. Следует еще раз заметить, что эта используемая М. А. Зайковым

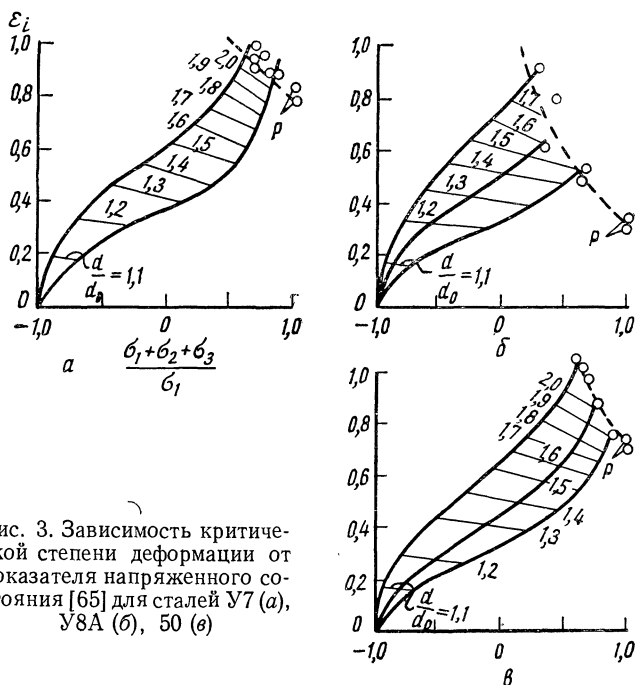


Рис. 3. Зависимость критической степени деформации от показателя напряженного состояния [65] для сталей У7 (а), У8А (б), 50 (в)

и В. Н. Перетятко величина не может в общем случае дать правильную оценку величины деформации. Она будет всегда меньше степени деформации и лишь в случае монотонного процесса совпадает с ней (с точностью до постоянного множителя). Октаэдрический сдвиг подсчитывают в среднем по очагу деформации. Из-за неравномерности деформация в некоторых частях тела может отличаться от средней в несколько раз.

За аргумент функциональной зависимости пластичности от напряженного состояния М. А. Зайков и В. Н. Перетятко принимают показатель

$$n = \frac{\sigma_1}{k} \quad (1.44)$$

или

$$n = p/k, \quad (1.45)$$

где k — сопротивление одноосной деформации. Формула (1.44) включает одно из главных нормальных напряжений σ_1^* .

Авторами работы [122] показано, что формула (1.44) выражается через выражение (1.43), и наоборот. Можно согласиться, что оба эти показатели равнозначны. Далее авторы переходят к другой форме критерия напряженного состояния (1.45), где p — среднее нормальное напряжение на контактной поверхности, мотивируя это сложностью определения напряженного состояния в объеме деформируемого тела. Мотив авторов нельзя принимать в расчет, так как в настоящее время определение напряжений в объеме не более трудоемко, чем подсчет удельного давления. Рассматривая работы Л. Д. Соколова, уже отмечали, что разрушение металла на свободной поверхности вряд ли можно связывать с напряженным состоянием на контактной поверхности.

М. А. Зайков и В. Н. Перетятко считают, что для металла можно указать некоторый критерий пластичности

$$P_0 = \frac{g_{\text{окт}}}{n},$$

который будет одинаковым для различных испытаний (кручение, растяжение и т. п.) и может быть применен для определения предельной степени деформации при различных способах обработки металлов давлением. Для прокатки, например, предельная деформация определится из условия

$$\left(\frac{g_{\text{окт}}}{n} \right)_{\text{прок}} < P_0$$

и. т. д.

Наряду с развитием теоретических представлений о пластичности металлов в процессах обработки давлением получили распространение экспериментальные работы, возникли эмпирические методы, формулы и рекомендации. В этой связи можно назвать работы А. А. Преснякова [130], Ю. М. Чижикова [190] и др. Так, например, А. А. Пресняков считает, что для прокатки расчет допустимого обжатия за проход, исходя из показателей лабораторной пластичности, может быть произведен по формуле

$$W = K\psi,$$

где W — допустимая степень деформации при плоской прокатке или ковке;

K — коэффициент запаса.

* По смыслу статьи должно быть не σ_1 , а σ_3 , так как $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ и на контактной поверхности $\sigma_3 = p$.

А. А. Пресняков считает, основываясь на личном опыте работы в прокатных цехах, что коэффициент запаса можно принять в зависимости от величины показателя пластичности следующим:

ψ сужение при разрыве	K
0,3—0,5	0,2—0,4
0,5—0,7	0,5—1,0
Выше 0,7	Больше 1,0

А. Д. Томленовым предложена теория разрушения от потери устойчивости листового материала при его штамповке-вытяжке [170]. После достижения критической деформации в некотором месте заготовка теряет устойчивость: появляется значительная сосредоточенная деформация и разрыв металла.

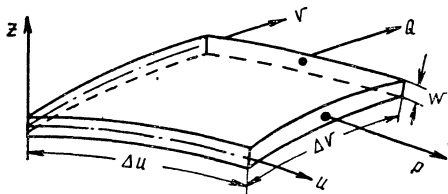


Рис. 4. Элемент листовой заготовки, находящейся в двухосном напряженном состоянии [170]

Рассмотрим эту теорию. На рис. 4 показан элемент заготовки. Криволинейные координатные линии u и v выбраны так, чтобы они совпадали с траекториями главных нормальных напряжений. Считается, что нагружение листа является про-

стым. Тогда между напряжениями и логарифмическими деформациями в силу подобия девиаторов напряжений и деформаций имеют место соотношения

$$\frac{\varepsilon_u}{\sigma_u - \sigma} = \frac{\varepsilon_v}{\sigma_v - \sigma} = \frac{\varepsilon_z}{\sigma_z - \sigma} = \frac{3\varepsilon_i}{2\sigma_i}, \quad (1.46)$$

где ε_i и σ_i — интенсивность деформаций и интенсивность напряжений.

А. Д. Томленов вводит обозначение

$$\frac{\sigma_v}{\sigma_u} = m. \quad (1.47)$$

Учитывая, что $\sigma_z = 0$, из (1.46) и (1.47) вытекает формула

$$m = \frac{2\varepsilon_v + \varepsilon_u}{2\varepsilon_u + \varepsilon_v}. \quad (1.48)$$

Она позволяет определить величину m экспериментально, путем замера деформаций.

Формула (1.48), условие несжимаемости и уравнение интенсивности деформаций позволяют записать равенства

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_u &= \frac{2-m}{2\sqrt{1-m+m^2}} \varepsilon_i = \psi_u(m) \varepsilon_i, \\ \varepsilon_v &= \frac{2m-1}{2\sqrt{1-m+m^2}} \varepsilon_i = \psi_v(m) \varepsilon_i, \\ -\varepsilon_z &= \frac{m+1}{2\sqrt{1-m+m^2}} \varepsilon_i = \psi_z(m) \varepsilon_i. \end{aligned} \right\} \quad (1.49)$$

Пусть $|\sigma_u| > |\sigma_v|$. Обозначим усилие, приложенное к элементу листа и направленное в сторону u , через P , получим $P = \sigma_u \Delta v w$. В процессе штамповки это усилие будет возрастать в результате упрочнения и уменьшаться вследствие изменения размеров элемента. Деформация станет неустойчивой, когда сила P достигнет максимума. Условие устойчивости имеет вид $dP > 0$, а в развернутом виде

$$d\sigma_u \Delta v w + \sigma_u d(\Delta v) w + \sigma_u \Delta v dw > 0.$$

После несложных преобразований последнее неравенство примет вид

$$\frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_i} > \psi_i \sigma_i. \quad (1.50)$$

Зависимость между интенсивностями напряжений и деформаций может быть аппроксимирована формулой

$$\sigma_i = c \varepsilon_i^n. \quad (1.51)$$

Дифференцируя (1.51) и подставив результат в (1.50), получим условие деформации листа при штамповке без потери устойчивости:

$$\varepsilon_i < \frac{2 \sqrt{1 - m + m^2}}{2 - m} n. \quad (1.52)$$

Правая часть неравенства (1.52) названа критической интенсивностью деформаций $(\varepsilon_i)_k$, которая, как видно, зависит от напряженного состояния, характеризуемого коэффициентом m , и интенсивности упрочнения металла.

В качестве характеристики локального деформирования заготовки А. Д. Томленов вводит отношение

$$\eta = \frac{\varepsilon_i}{(\varepsilon_i)_k}, \quad (1.53)$$

которое называет коэффициентом использования пластичности металла. Значение η , близкое к единице, указывает на опасность разрывов листовой заготовки.

Условие (1.53) позволяет сделать экспериментальную оценку возможности штамповки без разрывов. Для этого с помощью делительной сетки можно определить после штамповки по формуле (1.48) коэффициент m , а затем по правой части неравенства (1.52) — $(\varepsilon_i)_k$ и сделать по формуле (1.53) локальную оценку степени использования пластичности металла. Далее, задавшись безопасным значением η , можно определить характеристики металла, обладающего достаточной штампуемостью.

Глава II

Теория разрушения и пластичность металлов

В главе описана гипотетическая теория деформируемости металла при его обработке давлением. Под деформируемостью понимается способность металла претерпевать пластическое формоизменение без разрушения (возникновения макротрещин). Математический аппарат этой теории позволяет определить допустимые пластические деформации, не приводящие к растрескиванию. Он основан на экспериментальных данных о зависимости пластичности от показателя напряженного состояния или на так называемых диаграммах пластичности. Описаны диаграммы пластичности некоторых сталей и цветных металлов.

1. Гипотеза о разрушении металлов при пластической деформации

Общепризнано, что пластическая деформация металлов сопровождается непрерывным образованием и развитием субмикро- и микротрещин. Процесс образования трещин-очагов разрушения связывает с движением дислокаций вследствие пластической деформации и взаимодействием полей напряжений, окружающих дислокации.

По И. А. Одингу, зародыш трещины возникает в некотором микро- или субмикроскопическом объеме скопления дислокаций, в котором упругая энергия деформации достигла некоторой предельной величины, равной скрытой теплоте плавления. Он считает, что такая насыщенность энергией вызывает разрушение металла [114]. Сам по себе зародыш трещины устойчив. Однако на его остром конце опять образуется линейная дислокация, которая взаимодействует с проходящими около нее дислокациями. Это приводит к постепенному разрастанию зародыша.

Дж. Дж. Гилман отмечает, что «одним из наиболее важных механизмов, при помощи которых образуются трещины в твердых телах, является локализованное пластическое течение». Он указывает на три различных механизма трещинообразования [31]. Дискообразный сдвиг — тонкая область пластического течения. Концентрация касательных напряжений в этой области приводит к образованию трещин на границах диска. Поверхность раздела пластической деформации — также тонкая область, где пластическая деформация в теле внезапно меняется до некоторой меньшей величины. Следующий третий способ возникновения трещин — пересечение линий скольжения.

В литературе по физике металлов имеется много экспериментального материала, подтверждающего положение о том, что пластическая деформация сопровождается возникновением и развитием трещин. Это положение о возникновении и развитии трещин, на наш взгляд, следует положить в основу теории разрушения металла при его обработке давлением, т. е. в процессах значительного формоизменения.

Введем некоторую скалярную величину $\bar{\psi}$ — трещиноватость, которая будет характеризовать пораженность элементарного объема, окружающей данную частицу металла, микродефектами. Эта категория, следуя высказыванию М. М. Филоненко-Бородича, будет основной рабочей гипотезой расчетного аппарата, который построим ниже. Будем считать, что приращение $\bar{\psi}$, полученное за некоторый промежуток времени, пропорционально приращению степени пластической деформации и обратно пропорционально пластичности Λ_p металла при реализуемом в данный момент напряженном состоянии, показатель которого $k = \sigma/T^*$. Таким образом,

$$d\bar{\psi}_1 = c_1 \frac{d\Lambda}{\Lambda_p}$$

или

$$d\bar{\psi}_1 = c_1 \frac{H}{\Lambda_p [k(\tau)]} d\tau. \quad (2.1)$$

Использование такой концепции при построении теории разрушения не ново. Понятие о поврежденности материала известно из теории усталостного разрушения (например, [139]). Деформация тела знакопеременными напряжениями, не превышающими предел упругости, приводит к накоплению и развитию повреждений — микротрещин. Каждый цикл знакопеременного напряжения образует некоторую долю поврежденности ΔD_i . После действия n циклов поврежденность

$$D_n = \sum_1^n \Delta D_i.$$

Считают, что к моменту образования трещины усталости ($n = N$) поврежденность равна единице ($D_N = 1$).

Аналогичное понятие известно и в теории ползучести. Л. М. Качанов, рассматривая вопрос о времени до разрушения в условиях ползучести, ввел понятие о некотором скаляре поврежденности ψ . В начальный момент, когда еще нет заметных пластических деформаций, автор условно принял $\psi = 1$. В момент исчерпания пластичности и хрупкого разрушения $\psi = 0$.

В теории разрушения принято, что период накопления микротрещин составляет основную часть времени «жизни» (деформации) образца. Процесс образования макротрещины усталости протекает

* Числитель и знаменатель выражаются формулами (1.4) и (1.6) соответственно.

сравнительно быстро. В упомянутой выше теории разрушения при ползучести Л. М. Качанов, ссылаясь на работу Я. Б. Фридмана [182], также различает две стадии протекания разрушения: постепенное развитие трещин и значительное ускорение разрушения, причем преобладает первая стадия.

Также на две стадии можно разделить процесс разрушения при больших пластических деформациях. По мере развития деформации растут зародыши трещин, начинают все сильнее действовать эффекты концентрации напряжений. До некоторых пор трещина остается устойчивой и для ее дальнейшего развития необходимы дополнительные пластические деформации. Вторая стадия начинается с некоторого момента, когда трещина достигнет критического размера и потеряет устойчивость. Вопросы самопроизвольного развития трещин рассматривались Гриффитом, Орованом, Ирвином, Баренблаттом, Качановым, Друккером и др. После достижения критического размера достаточно небольшой пластической деформации, чтобы трещина резко увеличила свои размеры. Несколько трещин объединяются, образуя поверхность разрушения. Степени деформации элементарного объема в начале и в конце второй стадии отличаются незначительно и теория разрушения, на наш взгляд, может рассматривать лишь первую стадию.

Параллельно с процессом возникновения и увеличения микродефектов—трещин в пластически деформируемом теле идут процессы «залечивания» зачатков нарушения сплошности и торможения их развития. Соприкосновение поверхностей трещины в условиях сжатия и их относительное перемещение из-за пластической деформации могут вызвать схватывание (сварку).

Явление залечивания хорошо было показано в работе сотрудников Института физики металлов АН СССР [28]. Путем пластического растяжения образцов из чистой меди они получили металл, структура которого была поражена микротрещинами и микропорами. Пластичность его была в значительной степени исчерпана. Затем эти же образцы были продеформированы в условиях всестороннего сжатия. При этом наблюдали полное залечивание пор и трещин, а пластичность повысилась до первоначального уровня. Авторы указали, что всестороннее сжатие образцов без их пластической деформации не привело к сколько-нибудь заметному уменьшению количества и размеров дефектов.

Итак, уменьшение пораженности элементарного объема микродефектами за промежутки времени $d\tau$ можно записать

$$d\bar{\psi}_2 = -c_2 N d\tau. \quad (2.2)$$

Коэффициент c_2 зависит от напряженного состояния. Если $\sigma/T > 0$, то $c_2 = 0$. Залечивание происходит лишь при $\sigma/T < 0$.

Поскольку процессы развития микродефектов и их залечивания могут идти одновременно, то результирующее приращение

$$d\bar{\psi} = (c_1 - c_2 \Lambda_p) \frac{N d\tau}{\Lambda_p}. \quad (2.3)$$

Соотношение неизвестных пока величин c_1 и c_2 определяет интенсивность охрупчивания ($d\bar{\psi} > 0$) или улучшение пластических свойств ($d\bar{\psi} < 0$) в результате малого акта пластической деформации со степенью деформации сдвига $H d\tau$.

Моменту разрушения соответствует некоторая трещиноватость $\bar{\psi}_p$. Поделим правую и левую часть соотношения (2.3) на $\bar{\psi}_p$ и обозначим выражение в круглых скобках через B , а $\bar{\psi}/\bar{\psi}_p = \psi$ — степень использования запаса пластичности. Получим

$$d\psi = B(\tau) \frac{H d\tau}{\Lambda_p}. \quad (2.4)$$

Предположим, что правая часть не зависит от ψ . После интегрирования дифференциального уравнения (2.4) имеем

$$\psi = \int_0^t B \frac{H d\tau}{\Lambda_p}. \quad (2.5)$$

Формула (2.5) показывает степень использования запаса пластичности металла к моменту времени t . Если иметь в виду, что в исходном недеформированном состоянии $\psi = 0$, а в момент разрушения $\psi = 1$, то условие деформирования за период времени $0-t$ элементарного объема металла без разрушения иметь вид

$$\psi = \int_0^t B(\tau) \frac{H(\tau)}{\Lambda_p [k(\tau)]} d\tau < 1, \quad (2.6)$$

где H , k , Λ_p , B — известные функции, описывающие напряженно-деформированное состояние некоторого элементарного объема металла и его пластические свойства.

Условие деформирования без разрушения (2.6) не учитывает зализывание микродефектов за счет явлений рекристаллизации и за счет диффузионных процессов, которые происходят при высоких температурах. Поэтому условие (2.6) далее будет применяться для оценки предельных деформаций металлов в условиях холодной обработки давлением.

Распространим описанную выше теорию разрушения на процессы горячего деформирования. Как уже отмечалось, высокая температура горячей обработки давлением способствует зализыванию дефектов, возникающих при пластической деформации. Это зализывание идет во времени. Чем больший промежуток времени прошел после деформации, тем полнее восстанавливается пластичность. В отличие от холодной деформации металл уже не обладает «идеальной памятью». Чтобы учесть это обстоятельство, в условие деформирования без разрушения (2.6) под интеграл следует ввести коэффициент наследственности $E(t - \tau)$, который изменяется от 0 до 1 и является монотонно убывающей функцией аргумента.

Таким образом, для процессов горячей обработки металлов давлением условие деформируемости можно принять

$$\psi = \int_0^t E(t - \tau) B(\tau) \frac{H(\tau)}{\Lambda_p [k(\tau)]} d\tau < 1. \quad (2.7)$$

При холодном деформировании коэффициент наследственности $E = 1$. Проследим за деформацией некоторого элементарного объема металла. Пусть формоизменение происходит при постоянном показателе напряженного состояния и процесс деформации близок к монотонному. Тогда, вероятно, между скоростью развития трещин и скоростью их залечивания установится неизменное соотношение ($B = \text{const}$) и условие (2.7) примет вид

$$\frac{B}{\Lambda_p} \int_0^t H d\tau < 1 \quad \text{или} \quad B\Lambda < \Lambda_p.$$

Если теперь примем, что $B = 1$, то придем к очевидному условию деформируемости: степень деформации в условиях формоизменения, близких к монотонному, с постоянным σ/T не должна превышать некоторую предельную величину, свойственную данному напряженному состоянию. Таким образом, в случае деформирования некоторого элементарного объема в условиях формоизменения, близких к монотонному процессу, с постоянным показателем напряженного состояния $B = 1$.

Одной из основных величин, входящих в условия деформирования без разрушения (2.6) и (2.7), является Λ_p , точнее зависимость Λ_p от показателя напряженного состояния σ/T в условиях, близких к монотонному деформированию, т. е. диаграмма пластичности, которая должна быть определена экспериментальным путем.

2. Экспериментальное определение диаграмм пластичности

Экспериментальное определение диаграмм пластичности металлов является сложной задачей. Трудно подобрать такой вид испытания, чтобы в месте разрушения можно было определить предшествовавшую ему степень деформации и чтобы выполнилось условие неизменности показателя напряженного состояния. Немаловажно предугадать место на образце, где прежде всего можно ждать разрушение и своевременно его зафиксировать. Испытания на пластичность в горячем состоянии должны проводиться при фиксированных (неизменных в течение опыта) температурно-скоростных условиях.

Забегая несколько вперед, укажем, что в процессах обработки металлов давлением показатель напряженного состояния металла изменяется в широких пределах. Для этих условий изучить пластичность металла можно, лишь комбинируя различные виды испытаний,

причем не все из них могут строго удовлетворять условию неизменности σ/T в процессе опыта. Рассмотрим виды холодных испытаний, которые были приняты в данной работе.

А. Растяжение образцов с выточкой (шейкой)

Образцы (рис. 5) имеют достаточно пологую выточку, чтобы до наступления разрушения все сечение образца в месте шейки перешло из упругого в пластическое состояние.

Этот вид испытания является неблагоприятным с точки зрения деформации без разрушения. Разрушение наступает на оси образца в зоне шейки, где имеется всестороннее растяжение. Для определения главных напряжений могут быть использованы приближенные формулы, предложенные Н. Н. Давиденковым и Н. И. Спиридоновой [41]:

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \frac{d}{4R} \sigma_s,$$

$$\sigma_1 = \left(1 + \frac{d}{4R}\right) \sigma_s, \quad (2.8)$$

или формулы П. Бриджмена [25]:

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_s \ln \left(1 + \frac{d}{4R}\right),$$

$$\sigma_1 = \sigma_s \left[1 + \ln \left(1 + \frac{d}{4R}\right)\right], \quad (2.9)$$

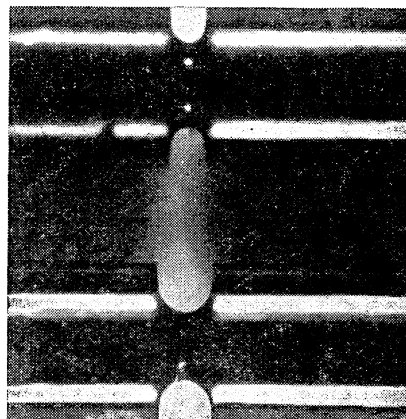


Рис. 5. Образец с выточкой до деформации и после разрыва

где d — диаметр поперечного сечения образца по шейке;
 R — радиус кривизны контура продольного сечения образца в месте шейки, т. е. меняющиеся в процессе деформации размеры.

Показатель напряженного состояния, описываемого формулами (2.8), можно записать

$$\frac{\sigma}{T} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(1 + \frac{3}{4} \cdot \frac{d}{R}\right), \quad (2.8a)$$

а для формул (2.9)

$$\frac{\sigma}{T} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[1 + 3 \ln \left(1 + \frac{d}{4R}\right)\right]. \quad (2.9a)$$

Расчет σ/T по этим формулам дает следующие его значения в зависимости от d/R :

d/R	0,00	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00
Формула (2.8a)	0,58	0,80	1,00	1,22	1,44	1,66	1,86	2,08	2,30
Формула (2.9a)	0,58	0,75	0,92	1,10	1,28	1,42	1,52	1,66	1,74

При малых значениях параметра d/R различия в формулах (2.8а) и (2.9а) практически нет. С ростом параметра d/R отличие увеличивается, при $d/R = 4$ отклонение составляет $\pm 15\%$ от некоторого среднего значения. В настоящее время трудно отдать предпочтение какому-либо из этих двух методов подсчета напряжений. Поэтому размеры образцов следует выбирать такими, чтобы d/R было примерно в пределах 0—4; в этой области, вероятно, формулы напряжений достаточно точны.

Н. Н. Давиденков и Н. И. Спиридонова подметили на основании экспериментов факт равенства и равномерного распределения по

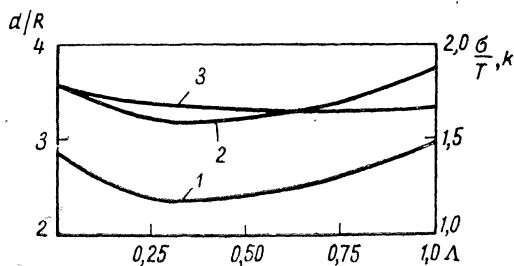


Рис. 6. Изменение параметра d/R (1), показателя σ/T (2) и k_{cp} (3) в зависимости от степени деформации при растяжении образцов с выточкой из стали марки 40ХНМА

всему минимальному сечению шейки радиальных и тангенциальных деформаций ($\epsilon_2 = \epsilon_3$). Это позволяет считать с точностью эксперимента, что в месте разрыва образца параметр (1.19) постоянен и деформации протекали монотонно, а степень деформации сдвига одинакова во всех точках сечения и может быть подсчитана по формуле

$$\Lambda_p = 2 \sqrt{3} \ln \frac{d_0}{d_1}, \quad (2.10)$$

где d_0 и d_1 — диаметр образца по шейке до деформации и после разрушения.

Эта формула получена из формулы (1.16) после подстановки туда логарифмических компонентов деформации, учета условия несжимаемости и условия $\epsilon_2 = \epsilon_3$.

Средний показатель напряженного состояния за весь процесс деформации до разрушения можно определить следующим образом. На серии образцов с выточкой принятого в данном испытании размера экспериментально устанавливается зависимость параметра d/R от степени деформации в зоне шейки:

$$\Lambda = 2 \sqrt{3} \ln \frac{d_0}{d}.$$

С помощью формулы (2.8а) можно получить функцию σ/T от Λ . Средний показатель напряженного состояния к моменту разрушения будет

$$\left(\frac{\sigma}{T} \right)_{cp} = \frac{1}{\Lambda_p} \int_0^{\Lambda_p} \frac{\sigma}{T}(\Lambda) d\Lambda. \quad (2.11)$$

Для примера на рис. 6 приведены опытные данные, полученные А. А. Богатовым и Р. П. Кровсиковым на основании многочисленных опытов по растяжению образцов с выточкой из стали 40ХНМА.

Б. Изгиб образцов

При изгибе (рис. 7) трещины возникают на растянутой (выпуклой) поверхности образца. Момент разрушения фиксируется после появления трещины, видимой невооруженным глазом. Можно считать,

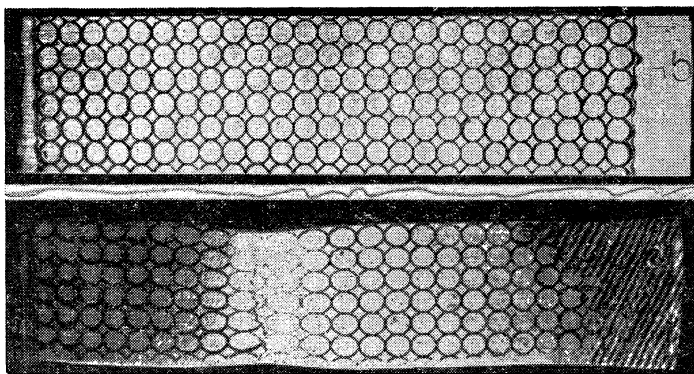


Рис. 7. Образцы для испытания на изгиб до деформации и после появления трещины

что деформация металла на поверхности изгибаемого образца протекает монотонно [141]. Это позволяет довольно просто по искажению круговой сетки, нанесенной на поверхность образца типографским способом, определить в месте разрушения степень деформации сдвига:

$$\Lambda_p = 2 \sqrt{\left(\ln \frac{a_1}{a_0}\right)^2 + \ln \frac{a_1}{a_0} \ln \frac{b_1}{b_0} + \left(\ln \frac{b_1}{b_0}\right)^2}, \quad (2.12)$$

где a_1 и b_1 — длина и ширина ячейки после деформации до разрушения;

a_0 и b_0 — то же, до деформации.

В этом же месте главные нормальные напряжения, как показано в работе [141], равны

$$\sigma_1 = 2 \frac{T}{\Lambda_p} (\epsilon_1 - \epsilon_3), \quad \sigma_2 = 2 \frac{T}{\Lambda_p} (\epsilon_2 - \epsilon_3), \quad \sigma_3 = 0.$$

Тогда показатель напряженного состояния, при котором осуществлялась деформация до разрушения, будет

$$\frac{\sigma}{T} = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_3}{\sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_1 \epsilon_2 + \epsilon_2^2}}, \quad (2.13)$$

где

$$\varepsilon_1 = \ln \frac{a_1}{a_0}, \quad \varepsilon_2 = \ln \frac{b_1}{b_0}.$$

Следует заметить, что если изгибом не удастся довести до разрушения некоторые весьма пластичные металлы, то образцы предварительно можно подвергнуть небольшому растяжению до появления признаков потери устойчивости и образования шейки. Немонотонность деформирования в этом случае будет, по-видимому, небольшой (при изгибе рассматривается лишь та часть образца, которая претерпевает растяжение) и ее можно во внимание не принимать.

В. Сжатие цилиндрических образцов плоскими бойками

Это один из простых методов определения пластичности металлов при сравнительно мягкой схеме напряженного состояния. Разрушение наступает на боковой поверхности образцов (рис. 8); по искажению координатной сетки, предварительно напечатанной на образце, можно на любой стадии осадки определить компоненты тензора напряжений и деформаций. Напряженно-деформированное состояние на боковой поверхности образца в реальных условиях не остается постоянным. Трение вызывает бочкообразование и поверхностные слои претерпевают немонотонную деформацию, меняется также и показатель σ/T . Лишь в идеальном случае осадки без трения показатель напряженного состояния на боковой поверхности будет неизменным и равным $-0,58$, а степень деформации сдвига к моменту разрушения можно подсчитать по формуле (2.10), взяв ее

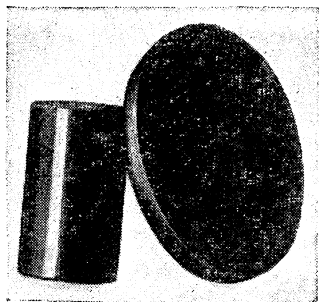


Рис. 8. Образцы для осадки до деформации и после появления трещины на боковой поверхности

абсолютное значение. В реальных условиях самые тщательные меры не могут исключить сил трения и некоторого искажения первоначально цилиндрической формы боковой поверхности. Довольно эффективно можно уменьшить силы трения, применив образцы с торцовыми углублениями, заполненными смазкой.

Г. А. Смирнов-Аляев подробно изучил напряженно-деформированное состояние на боковой поверхности осаживаемых цилиндров [141]. Им получены экспериментальные данные об изменении показателя напряженного состояния и степени деформации по ходу осадки. По этим данным подсчитаны и приведены на рис. 9 значения степени деформации сдвига и среднего показателя напряженного состояния на боковой поверхности при осадке между полированными смазанными бойками образцов с отношением высоты к диаметру в исходном состоянии $h_0/d_0 = 2$.

Испытание на осадку производится следующим образом. После появления на боковой поверхности видимой невооруженным глазом трещины деформацию прекращают, фиксируя диаметр образца по бочке d_6 или высоту h_1 . По отношению d_6/d_0 или h_0/h_1 с помощью графика на рис. 9 определяют средний за процесс осадки показатель напряженного состояния и степень деформации сдвига на боковой поверхности цилиндра к моменту разрушения.

Г. Разрыв образцов в условиях гидростатического сжатия

Испытание на одноосное сжатие позволяет довести металл до разрушения при значении среднего показателя напряженного состояния незначительно ниже нуля. Данные о пластичности металлов при $\sigma/T \ll 0$ можно получить путем разрыва образцов в условиях гидростатического сжатия.

Первые испытания на растяжение под давлением были выполнены в 1941 г. П. Бриджменом. В течение нескольких лет им был накоплен обширный материал о пластичности сталей и других материалов [25].

В настоящее время аппаратура для изучения пластичности металлов под высоким давлением стала более простой, надежной и обеспечивает достаточно высокую точность поддержания давления в течение опыта. На рис. 10 показаны устройства, применяемые в настоящее время для испытания материалов в Институте физики металлов и Институте физики земли АН СССР [16].

Растягиваемый образец 7 (рис. 10, а), ввернутый одним концом в пробку 8, а другим в шток 4, помещают в канал сосуда высокого давления 5, который закрывают конической пробкой 1. В отверстии пробки ходят спаренные штоки 2, 4, разделенные уплотнением 3. Устройство в собранном виде устанавливают на столе лабораторного пресса. Жидкость под давлением до $1,17 \cdot 10^3 \text{ Мн/м}^2$ (12 000 атм) подается в сосуд 5 через отверстие в стенке. Спаренные штоки 2, 4 удерживаются в исходном положении поршнем лабораторного пресса. После достижения заданного давления в канале сосуда 5 давление в цилиндре лабораторного пресса несколько уменьшают, спаренные штоки движутся вверх. Вместе с ними до упора в пробку 1 поднимается втулка 6. Дальнейшее снижение давления в цилиндре лабораторного пресса приводит к пластической деформации образца и его разрыву. Наличие трения в канале конической пробки и небольшая разница в площади штока и образца не позволяют проводить на этой установке испытания при давлении менее 147 Мн/м^2 (1500 атм)

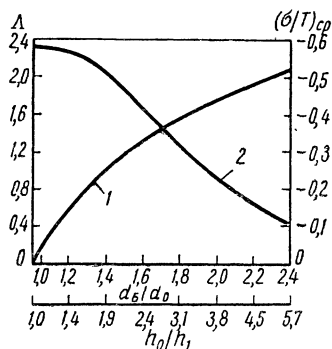


Рис. 9. Степень деформации сдвига (1) и средний показатель напряженного состояния на боковой поверхности и цилиндров (2), осаживаемых между смазанными плоскими бойками (по опытными данным Г. А. Смирнова-Аляева)

тех материалов, у которых предел прочности более 294 Мн/м^2 (30 кг/мм^2). Давление в этом устройстве во время опыта сохраняется постоянным с точностью до $9,8 \text{ Мн/м}^2$ (100 атм).

В устройстве на давление до $1,96 \text{ Гн/м}^2$ ($20\,000 \text{ атм}$) используется обычная камера высокого давления 1 (рис. 10, б). Образец 4 с на- вернутой на его нижний конец пробкой 6 вставляют во втулку 2 с продольными прорезями. Верхний конец образца вворачивают в сухарь 3, перемещающийся в прорезях втулки, на которую

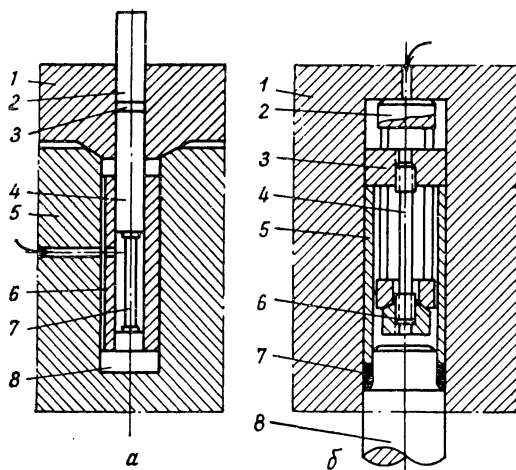


Рис. 10. Схемы устройств для разрыва образцов в жидкости, находящейся под давлением до $1,17 \text{ Гн/м}^2$ ($12\,000 \text{ атм}$) (а) и до $1,96 \text{ Гн/м}^2$ ($20\,000 \text{ атм}$) (б)

надевают упорную трубку 5 до упора в сухарь. Устройство в сборе помещают во внутренний канал камеры высокого давления. В этот же канал входит шток 8 с уплотнением 7, который поддерживается в указанном положении отдельным прессовым устройством. Жидкость под определенным давлением подается в камеру 1. После достижения требуемого давления шток 8 отдельным прессовым устройством перемещается вверх и через упорную трубку 5 сухарь 3 растягивает образец до разрыва. Давление в процессе опыта поддерживается с точностью до $9,8 \text{ Мн/м}^2$ (100 атм).

Разрушение образцов при разрыве в условиях гидростатического сжатия давлением p также начинается на оси в середине шейки. Степень деформации сдвига может быть подсчитана по формуле (2.10). Несколько сложнее обстоит дело с подсчетом в месте разрушения показателя напряженного состояния, который в процессе испытания меняет свою величину. В некоторый момент, когда у образца уже образовалась шейка, напряжения в месте будущего разрушения и

показатель напряженного состояния можно записать так:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= -p + \left(1 + \frac{d}{4R}\right) \sigma_s, \\ \sigma_2 = \sigma_3 &= -p + \frac{d}{4R} \sigma_s, \\ \frac{\sigma}{T} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left(1 + \frac{3}{4} \cdot \frac{d}{R}\right) - \frac{p}{0,58\sigma_s}.\end{aligned}\quad (2.14)$$

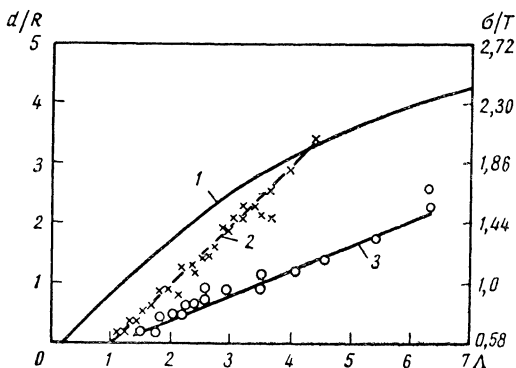


Рис. 11. Зависимость d/R от степени деформации сдвига по Бриджмену (1), а также опытные данные Пью для мягкой стали (2) и цинка (3)

В начальный момент, пока образец имеет строго цилиндрическую форму,

$$\left(\frac{\sigma}{T}\right)_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{p}{0,58\sigma_s}. \quad (2.15)$$

Можно определить численное значение показателя σ/T на любой стадии опыта в зависимости от степени деформации, если достоверно известен закон изменения отношения d/R . Сопротивление деформации одноосному растяжению σ_s и его зависимость от степени деформации для большого числа сталей и сплавов известны (например, [171]) и мало зависят от давления в рассматриваемых здесь пределах.

П. Бриджмен экспериментальным путем установил связь между d/R и Λ . Было выполнено много измерений d/R для различных марок стали с различной термообработкой, подвергнутых растяжению при разных гидростатических давлениях, а также и для других металлов. Накопленные результаты показали, что если нанести на график измеренные значения d/R в функции от деформации в шейке, то все они будут лежать в некоторой сравнительно узкой полосе, расположенной по обе стороны средней кривой (рис. 11, кривая 1). Единственное исключение, которое наблюдал П. Бриджмен, составляла одна из нержавеющей сталей [25]. Позже к числу исключений он отнес никель, тантал, молибден и вольфрам.

Формоизменение при растяжении под давлением также изучал Пью [202]. Его метод фотографирования образца во время испытания дает возможность быстро и точно измерять d и R под давлением, так как камера высокого давления имеет прозрачное окно. Результаты, полученные им для некоторых сталей, находятся в согласии с результатами Бриджмена. Однако данные для мягкой стали и цинка сильно отклоняются от кривой Бриджмена (рис. 11). Пью пришел к выводу, с которым нельзя не согласиться, что у различных материалов при растяжении шейка образуется и развивается по-разному и что, следовательно, не существует универсальной кривой для всех металлов (даже для сталей разных марок). Его результаты подтвердили вывод Бриджмена о том, что зависимость $\frac{d}{R}$ от Λ для одного и того же материала будет одинаковой как при растяжении без гидростатического сжатия, так и под давлением.

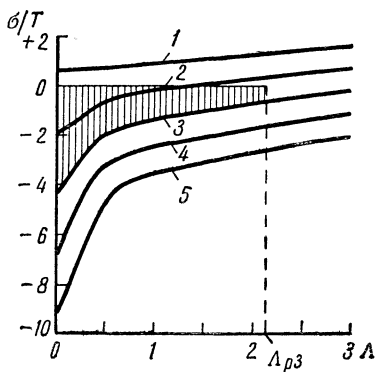


Рис. 12. Зависимость показателя напряженного состояния в середине шейки от степени деформации при растяжении образца в условиях гидростатического сжатия давлением:

1 — 0	н/м ² ;	2 — 4900	Мн/м ²
(5000	атм);	3 — 980	Мн/м ²
(10 000	атм);	4 — 1,48	Гн/м ²
(15 000	атм);	5 — 1,96	Гн/м ²
		(20 000	атм)

Таким образом, для расчета напряженного состояния какого-либо материала по формуле (2.14) необходимо экспериментально установить характерную для него зависимость $\frac{d}{R}$ от Λ . Опыты с этой целью можно провести при атмосферном давлении.

Сделаем расчет напряженного состояния на примере стали марки 20А. Зависимость σ_3 от степени деформации получим из работы [171] после соответствующей обработки или из книги [93]. Обработка состоит в подсчете степени деформации ε_i или степени деформации сдвига Λ по примененной в работе [171] характеристике деформации $\frac{H-h}{H} \cdot 100\%$.

При обработке можно пользоваться следующими данными:

$\frac{H-h}{H} \cdot 100\%$	10	20	30	40	50	60	70	80	90
ε_i	0,12	0,26	0,41	0,59	0,80	1,06	1,38	1,85	2,65
Λ	0,21	0,45	0,71	1,02	1,38	1,84	2,39	3,20	4,58

Примем, что зависимость d/R от Λ подчиняется, например, кривой Бриджмена на рис. 11. Подставив эти зависимости в формулу (2.14), получим расчетную формулу изменения показателя напряженного состояния в середине шейки в зависимости от степени деформации. Результаты подсчета по этой формуле изображены на рис. 12.

Д. Кручение

Кручение является достаточно хорошо изученным методом испытания материалов (например, [141]). Деформация при кручении протекает не монотонно: направления главных скоростей удлинений не совпадают все время испытания с одними и теми же волокнами. Тем не менее степень деформации при кручении может быть подсчитана довольно просто.

При кручении цилиндрического образца деформация его по длине не одинакова. Рассмотрим некоторый участок образца, выделенный двумя поперечными сечениями, расположенными на расстоянии l друг от друга. Пусть величина l настолько мала, что деформирован-

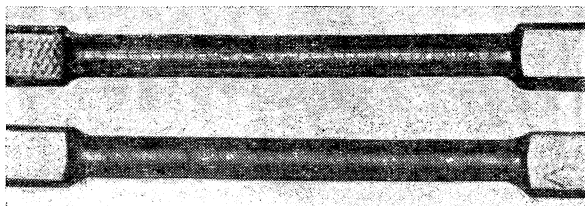


Рис. 13. Образцы для испытания на кручение до деформации и после разрушения

ное состояние в пределах этого участка может считаться независимым от продольной координаты z . При больших деформациях скручивания образец практически не меняет свою длину и диаметр. Интенсивность скоростей деформации сдвига в этом случае просто равна скорости угловой деформации:

$$H = \eta_{\theta z} = \frac{\partial v_{\theta}}{\partial z}.$$

В пределах участка l

$$v_{\theta} = \omega \frac{r}{l} z,$$

где ω — угловая скорость относительного поворота торцовых сечений.

Используя указанные соотношения, получим формулу степени деформации:

$$\Lambda = \frac{r}{l} \int_0^t \omega d\tau.$$

Здесь интеграл — это угол поворота одного торцового сечения относительно другого.

Степень деформации сдвига пропорциональна расстоянию от оси. Максимальное значение она имеет на поверхности образца и ее можно записать так:

$$\Lambda = \operatorname{tg} \varphi. \quad (2.16)$$

Для того чтобы определить предельную степень деформации сдвига при кручении, достаточно определить в месте разрушения угол наклона риски ϕ , напечатанной типографским способом на поверхности образца (рис. 13) вдоль его образующей, к первоначальному ее положению. Показатель напряженного состояния во всем объеме образца на всех стадиях его скручивания до разрушения равен нулю.

3. Диаграммы пластичности сталей, сплавов и цветных металлов

Приведем диаграммы пластичности сталей различных марок, которые были получены автором и его сотрудниками при испытании в холодном состоянии. В работе [94] опубликованы диаграммы пластичности для сталей марок 20, 45, ШХ15, 30ХГСА, Х18Н10Т. Образцы изготавливали из горячекатаных труб, поверхность их шлифовалась. Механические свойства металла, использованного в опытах, следующие:

Механические свойства	Сталь 20	Сталь 45	ШХ15
σ_b , Мн/м^2 (кг/мм^2)	440—540 (45—55)	695—725 (71—74)	647—677 (66—69)
σ_s , Мн/м^2 (кг/мм^2)	284—402 (29—41)	480—657 (49—67)	460—500 (47—51)
δ_5 , %	26—35	16—20	21—27
Механические свойства	30ХГСА	Х18Н10Т	
σ_b , Мн/м^2 (кг/мм^2)	785—833 (82—85)	540—618 (55—63)	
σ_s , Мн/м^2 (кг/мм^2)	588—745 (60—76)	353—431 (36—44)	
δ_5 , %	16—17	47—48	

Для построения диаграммы Λ_p от σ/T были проведены ниже следующие испытания: растяжение цилиндрических образцов с выточкой, имитирующей шейку; изгиб плоских образцов; изгиб образцов квадратного поперечного сечения; сжатие цилиндрических образцов полированными бойками со смазкой (сернистый молибден); аналогичное сжатие со смазкой под всесторонним гидростатическим давлением 190 Мн/м^2 (2000 атм); выдавливание образцов жидкостью высокого давления. Все измерения размеров производили с помощью инструментального микроскопа БМИ. Каждый опыт повторяли от 5 до 12 раз, исключение составляли опыты по осадке при всестороннем гидростатическом давлении и выдавливании жидкостью высокого давления, которые из-за их трудоемкости повторяли лишь 3—5 раз.

1. *Растяжение образцов с шейкой.* Для определения на оси образца в зоне шейки среднего показателя напряженного состояния воспользовались формулами нормальных напряжений, предложенными Н. Н. Давиденковым и Н. И. Спиридоновой. Показатель напряжен-

ного состояния упрощенно был подсчитан по формуле

$$\left(\frac{\sigma}{T}\right)_{\text{ср}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(1 + \frac{3}{4} \cdot \frac{d}{R}\right), \quad (2.17)$$

где R — средний радиус контура шейки (до и после испытания);
 d — средний диаметр поперечного сечения образца по шейке.
В недеформированном состоянии образцы имели размеры: $R_0 = 2 \text{ мм}$, $d_0 = 6 \text{ мм}$.

Степень деформации сдвига вычислили по формуле (2.10).

2. *Изгиб образцов.* Испытанию на изгиб были подвергнуты образцы плоские с размерами $100 \times 20 \times 6$ и квадратного поперечного сечения $120 \times 10 \times 10 \text{ мм}$. Разрушение происходило на растянутой поверхности образца. В месте разрушения определяли степень деформации сдвига и показатель напряженного состояния по методике, изложенной в предыдущем пункте.

Если некоторые стали не удавалось довести до разрушения изгибом, то образцы предварительно подвергались растяжению до появления признаков потери устойчивости и образования шейки.

3. *Сжатие.* Осадке при атмосферном давлении подвергали образцы диаметром $d_0 = 15$ и высотой $h_0 = 25 \text{ мм}$, а при гидростатическом давлении 190 Мн/м^2 (2000 атм) — диаметром 6 и высотой 11 мм. Несмотря на то что при осадке трение на контактных поверхностях было малым (смазанные полированные бойки), образцы все же получались бочкообразными. Поверхностные слои в месте максимального бочкообразования (диаметр d_b) и наибольшей вероятности разрушения претерпевают немонотонную деформацию; показатель напряженного состояния несколько увеличивает свое первоначальное значение ($\sigma/T = -0,58$) за счет возникновения окружающих растягивающих напряжений. По данным Г. А. Смирнова-Аляева, при осадке (отношение высот до и после деформации) $h_0/h_1 = 3$ он обращается в нуль. Для определения Λ и $(\sigma/T)_{\text{ср}}$ были использованы экспериментальные данные Г. А. Смирнова-Аляева (рис. 9).

Иначе определяли показатель напряженного состояния при осадке в условиях всестороннего сжатия. К величине показателя, вычисленного с помощью графика (рис. 9), прибавляли величину, обусловленную действием гидростатики $p/0,58\sigma$, где $p = 2000 \text{ атм} = 196 \text{ Мн/м}^2$; $\sigma = \frac{1}{2} (\sigma_s + \sigma_b)$. Момент разрушения устанавливали деформированием образца ступенями; после каждой из них образец извлекали из установки высокого давления для осмотра поверхности. Усилие осадки установки оказалось недостаточным для разрушения в условиях всестороннего сжатия образцов из сталей марок 45 и ШХ15.

4. *Выдавливание образцов жидкостью высокого давления.* Начальный диаметр образцов был 7 мм. Выдавливание производили последовательно через фильеры постепенно уменьшающегося диаметра. Степень деформации определяли по формуле (2.10), где d_0 и d_1 — диаметры поперечного сечения образца до и после деформации.

Технические возможности лабораторной установки прессования жидкостью высокого давления не позволили путем постепенного деформирования довести образцы до разрушения.

Предельная деформация Λ_p была подсчитана следующим образом. Металл до и после выдавливания был испытан на одноосное растяжение; результаты испытания позволили определить степень использования ресурса пластичности:

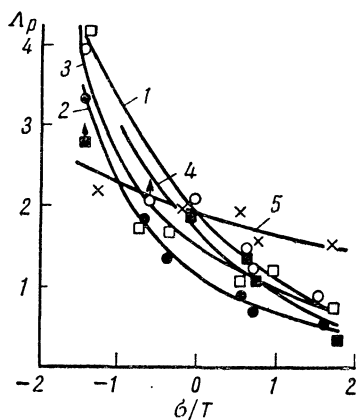


Рис. 14. Зависимость предельной степени деформации сдвига от относительного гидростатического давления:

1 — сталь 20; 2 — сталь 45; 3 — 30XGSA; 4 — X18H10T; 5 — 30XGSA

$$\Psi = \frac{\Lambda_0 - \Lambda_k}{\Lambda_0},$$

где Λ_k — пластичность деформированного металла (сужение шейки);

Λ_0 — пластичность металла в исходном состоянии.

Предельная степень деформации для напряженного состояния в опытах по выдавливанию определяется по формуле

$$\Lambda_p = \frac{1}{\Psi} \Lambda,$$

где Λ — общая степень деформации после прессования.

Напряженное состояние выдавливания было определено по формуле Е. П. Ункова [36]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -\sigma_s \left(1 + \frac{\alpha}{2\mu} \right) \left[\left(\frac{F}{F_1} \right)^{\frac{2\mu}{\alpha}} - 1 \right], \\ \sigma_\theta &= -\sigma_s \frac{\alpha}{2\mu} \left[\left(1 + \frac{2\mu}{\alpha} \right) \left(\frac{F}{F_1} \right)^{\frac{2\mu}{\alpha}} - 1 \right]. \end{aligned} \right\}$$

Средний для очага деформации показатель напряженного состояния (для $\alpha = 0,35$ рад = 20° и $\mu = 0,1$) оказался равным

$$\frac{\sigma}{T} = 3,60 - 2,37 \left(1 + \frac{d_0}{d_1} \right). \quad (2.18)$$

Полученные данные позволили построить графики зависимостей степени деформации сдвига в момент разрушения от относительного гидростатического давления (рис. 14). Точками указаны средние значения Λ_p по 5—12 испытаниям каждого вида.

Опытные данные имели некоторый разброс около средних значений Λ_p . Ниже будет показано, что эти отклонения с некоторым приближением можно описать нормальным законом распределения. По опытным данным отдельных испытаний Λ_{pi} вычислили среднее

квадратическое отклонение для каждого вида испытания по известной формуле

$$\Delta = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\Lambda_p - \Lambda_{pi})^2}{n-1} \right]^{1/2}, \quad (2.19)$$

где n — число испытаний данного вида.

Эмпирические данные для Δ приведены в табл. 1.

ТАБЛИЦА 1. СРЕДНИЕ КВАДРАТИЧЕСКИЕ ОТКЛОНЕНИЯ ДАННЫХ
О ПЛАСТИЧНОСТИ СТАЛЕЙ ОТ СРЕДНИХ ЗНАЧЕНИЙ
В РАЗЛИЧНЫХ ИСПЫТАНИЯХ

Вид испытаний	Марка стали				
	20	45	ШХ15	30ХГСА	X18H9T
Растяжение образцов с шейкой	0,0647	0,0877	0,1187	0,1380	0,2160
Изгиб плоских образцов	0,0831	0,0321	0,1005	0,0520	0,0812
Изгиб образцов квадратного сечения	0,1047	0,0887	0,1157	0,2350	0,2285
Сжатие — осадка	0,0115	0,0944	0,0171	0,1170	0,0118
Осадка в сжатой жидкости	—	0,0986	0,0264	—	—

Проведенные эксперименты показали, что сжимающие напряжения повышают пластичность всех исследованных сталей, причем в различных сталях при изменении схемы напряженного состояния она меняется неодинаково. Изменение относительного гидростатического давления σ/T от $+2,0$ до $-2,0$ вызывает рост пластичности в 2—10 раз. Самое большое увеличение пластичности в исследованном интервале дает сталь марки 30ХГСА, наименьшее — X18H10T. В то же время при всестороннем растяжении ($\sigma/T = +2,0$) первая наименее пластична ($\Lambda_p = 0,3$), а вторая обладает самой высокой пластичностью ($\Lambda_p = 1,4$). Кривые зависимости $\Lambda_p = f(\sigma/T)$ для различных марок сталей пересекаются. Отсюда можно сделать вывод, что пластичность, определенная при какой-то схеме напряженного состояния, не может характеризовать пластичности этого же металла в условиях с существенно отличным напряженным состоянием, т. е. иным значением относительного гидростатического давления σ/T . Сталь X18H10T в отличие от других марок обнаружила аномалию — интенсивность роста пластичности с уменьшением σ/T была невелика. По такой же методике А. А. Богатовым была получена диаграмма пластичности для стали марки 20А, которая приведена на рис. 15 (точками указаны средние результаты 3 ÷ 5 испытаний). Пластичность этой стали незначительно отличается (несколько выше) от пластичности стали 20 (рис. 14). Им же исследована пластичность котельных сталей марок 12Х1МФ, 12Х2МФСР, 30ХМА, ЭИ578 и ЭИ579 [23]. Были проведены испытания: растяжение образцов с шейкой, изгиб плоских образцов, кручение и сжатие цилиндрических образцов

гладкими плоскими бойками со смазкой. Результаты испытаний показаны на рис. 16. Точками даны усредненные значения 5—8 испытаний. А. А. Богатов подробно исследовал пластичность стали марки 30. Им были проведены также эксперименты: растяжение 75 образцов с выточкой, растяжение 96 гладких образцов и скручивание до разрушения

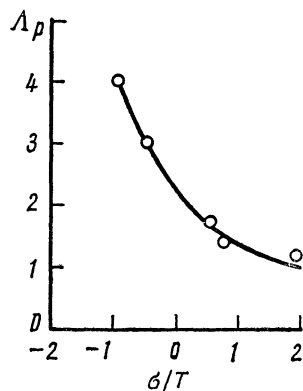


Рис. 15. Диаграмма пластичности для стали марки 20А

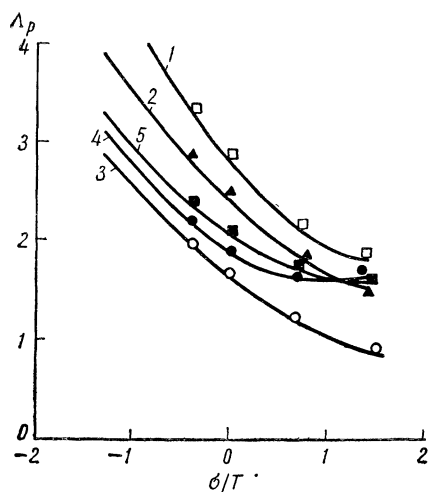


Рис. 16. Диаграммы пластичности для сталей марок:

1 — 12Х1МФ; 2 — 12Х2МФСР; 3 — 30ХМА;
4 — ЭИ578; 5 — ЭИ579

80 образцов. Большой объем испытаний позволил установить статистический закон распределения результатов испытаний. Для каждого вида испытаний были подсчитаны эмпирические характеристики (рис. 17): математическое ожидание

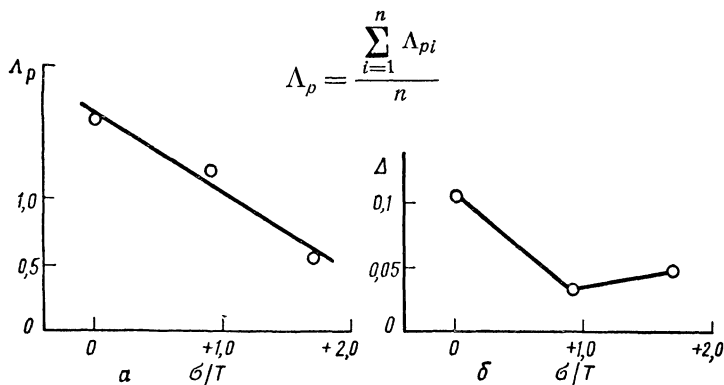


Рис. 17. Значения пластичности Δp (а) и среднего квадратического отклонения Δ (б) для стали марки 30

и среднее квадратичное отклонение ¹

$$\Delta = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\Lambda_p - \Lambda_{pi})^2}{n} \right]^{1/2}. \quad (2.20)$$

По результатам испытаний были построены гистограммы, которые удовлетворительно аппроксимируются кривой нормального закона распределения:

$$p(\Lambda_i) = \frac{1}{\Delta \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(\Lambda_i - \Lambda_p)^2}{2\Delta^2} \right], \quad (2.21)$$

указывающего вероятность получения при испытании некоторого значения пластичности Λ_i . Незначительная асимметрия эмпирической гистограммы, полученной по результатам испытания на растяжение образцов с шейкой, объясняется изменением при испытании показателя напряженного состояния σ/τ .

В работе [82] приведены данные о пластичности сталей марок 0X18H10T (две разные плавки), ЭИ847, ЭИ852 и ЭП150, полученные в испытании на кручение. Среднее значение пластичности (математическое ожидание) и среднее квадратичное отклонение приведены в табл. 2.

ТАБЛИЦА 2. ПЛАСТИЧНОСТЬ НЕКОТОРЫХ НЕРЖАВЕЮЩИХ СТАЛЕЙ

Марка стали	Одноосное растяжение			Кручение	
	$\delta_{10}, \%$	$\psi, \%$	Λ_p	Λ_p	Δ
0X18H10T (1-я плавка)	44,8—51,0	75,6—77,5	2,44—2,58	3,08	0,395
0X18H10T (2-я плавка)	52,0—55,5	69,2—70,8	2,04—2,13	2,44	0,155
ЭИ847	30,0—32,0	71,5—72,8	2,17—2,25	3,10	0,446
ЭИ852	24,0	56,1—67,5	1,42—1,95	1,91	0,118
ЭП150	46,0—54,5	63,3—64,5	1,73—1,79	2,05	0,057

Здесь же даны значения пластичности (δ и ψ , а также Λ_p) при растяжении гладких стандартных образцов, когда реализуется средний показатель напряженного состояния, несколько превышающий $+0,58$.

В литературе имеется много данных о пластичности различных металлов при одноосном растяжении. Зная величину сужения ψ , можно вычислить степень деформации сдвига:

$$\Lambda_p = 1,73 \ln \frac{100}{100 - \psi}. \quad (2.22)$$

Средний за испытание показатель напряженного состояния при этом следует подсчитывать по указанной в п. 2 методике. Конечно, суже-

¹ При большом числе n разница в формулах (2.19) и (2.20) незначительна.

ние при разрыве гладких образцов не может характеризовать пластичность в случае с существенно иным показателем напряженного состояния. Однако в некоторых случаях оно позволяет сделать оценку, например при $\sigma/T < 0,58$ пластичность металла всегда будет больше, чем подсчитанная по формуле (2.22). Или, зная Λ_p при растяжении и примерную интенсивность изменения Λ_p от σ/T для других, но близких по свойствам металлов, можно аппроксимировать зависимость Λ_p от σ/T .

Г. Д. Козлов получил диаграммы пластичности для ряда цветных металлов и сплавов¹. Эксперименты были поставлены таким образом,

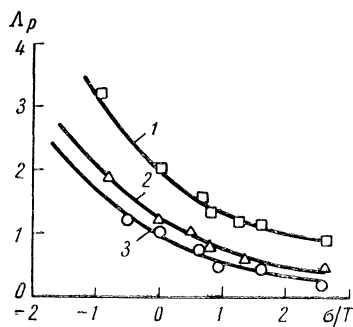


Рис. 18. Диаграммы пластичности титановых сплавов:

1 — ВТ1-1; 2 — ОТ-4; 3 — ВТ-14

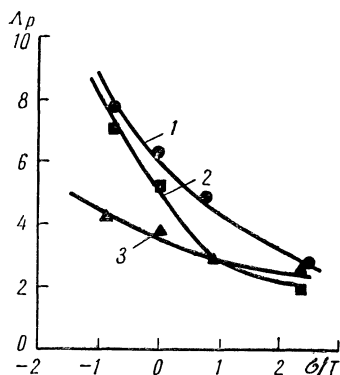


Рис. 19. Диаграммы пластичности медных сплавов:

1 — МНЖМц30-1-1; 2 — Бр.ОФ4-0,25; 3 — ЛО70-1

что в процессе деформации данного образца показатель напряженного состояния в месте разрушения изменялся незначительно. Варьирование σ/T достигалось изменением вида испытания. Исследовали такие группы металлов и сплавов: никель марки НВ и НИВО (открытой и вакуумной плавки); медные сплавы МНЖМц30-1-1, Бр.ОФ4-0,25, ЛО70-1, Л96; алюминиевые сплавы АМг2, АМг5в, Д1, АВ, Д16; титановые сплавы ВТ1, ОТ-4, ВТ-14. Образцы были изготовлены из горячепрессованного металла, их поверхность полировалась. Проводили следующие испытания: растяжение цилиндрических образцов с выточкой, изгиб плоских образцов ($120 \times 40 \times 5$ мм) и образцов с квадратным поперечным сечением ($120 \times 8 \times 8$ мм), кручение цилиндрических образцов, разрыв образцов под всесторонним гидростатическим давлением, выдавливание образцов диаметром 13 мм жидкостью под высоким давлением. Методика обработки опытных данных описана выше.

Результаты испытания на пластичность цветных металлов и сплавов приведены на рис. 18—21. Точками указаны средние значения Λ_p по результатам 4—8 опытов каждого вида.

¹ Алюминиевые сплавы исследованы совместно с Ю. С. Старостиним.

Диаграммы пластичности можно построить, применяя исключительно только разрыв образцов в условиях гидростатического сжатия. П. Бриджмен провел много опытов на растяжение цилиндрических образцов, погруженных в жидкость, находящуюся под высоким давлением [25]. В ходе испытания он фиксировал размеры и площадь поперечного сечения образца в начале и конце испытания, радиус

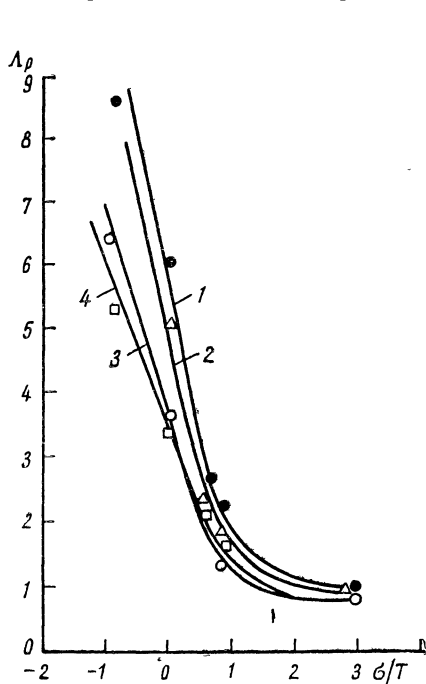


Рис. 20. Диаграммы пластичности никеля:

1 — НИВО вакуумной плавки; 2 — НВ вакуумной плавки; 3 — НИВО открытой плавки; 4 — НВ открытой плавки

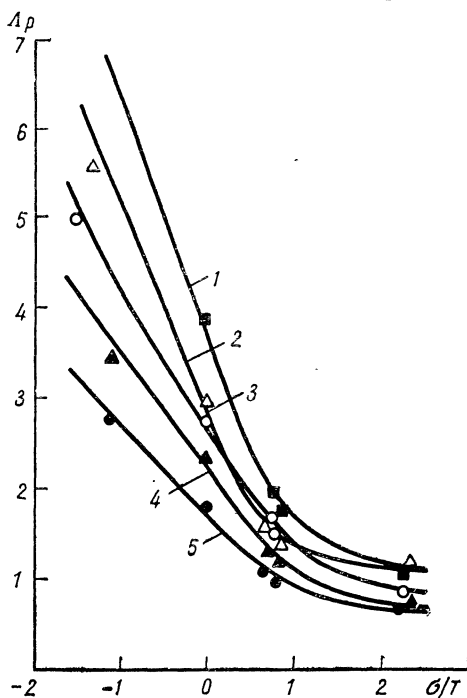


Рис. 21. Диаграммы пластичности алюминиевых сплавов:

1 — АВ; 2 — АМг2; 3 — Д1; 4 — Д16; 5 — АМг5В

кривизны контура шейки, подсчитывал напряжение текучести (сопротивление деформации) в начале и в конце испытания, давление жидкости (оно, по возможности, поддерживалось постоянным). По этим данным можно рассчитывать предельную степень деформации Λ_p и показатель напряженного состояния $k = \sigma/T$ в начале и конце испытания.

Обработку опытных данных П. Бриджмена сделал для ряда сталей В. С. Плахотин [23]. Для определения показателя напряженного состояния он воспользовался решением П. Бриджмена (2.9); (2.9а). Показатель был вычислен как среднее арифметическое его значений в начале и конце испытания. Результаты подсчета в виде диаграмм пластичности приведены на рис. 22—26. Эти диаграммы аналогичны диаграммам, описанным в начале рассматриваемого параграфа.

Из рассмотрения следует, что стали малопластичные в условиях одноосного растяжения претерпевают весьма значительную деформацию в состоянии всестороннего сжатия. При этом пластичность в исследованном П. Бриджменом интервале давлений в некоторых случаях повышается в 20 раз. Полученные В. С. Плахотиным диаграммы пластичности показывают влияние термической обработки на пластичность сталей при напряженном состоянии, отличном от напряженного состояния при одноосном растяжении.

Таким же образом на основании опытных данных по растяжению в условиях гидростатического сжатия, опубликованных в работах

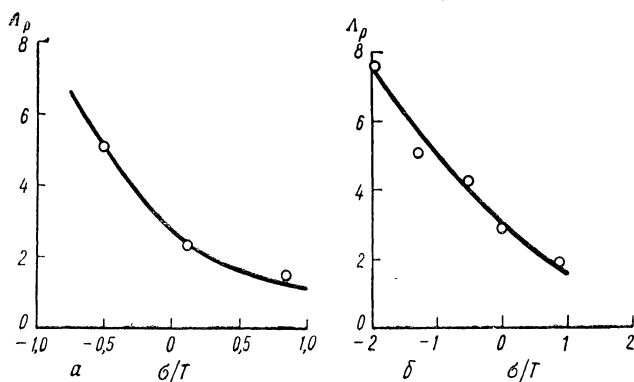


Рис. 22. Диаграммы пластичности, полученные после обработки опытных данных. П. Бриджмена по испытанию стали 35 (а) и пушечной стали (б)

Бриджмена [25], Пью [202] и Бобровского [194], были построены диаграммы пластичности для некоторых цветных металлов и сплавов [97], приведенные на рис. 27 и 28.

Анализ последних диаграмм пластичности позволяет сделать следующие выводы. По-видимому, для всех металлов существует некоторое критическое напряженное состояние $(\sigma/T)_{кр1}$, при котором происходит переход из хрупкого состояния в пластическое и наоборот. Для исследованных металлов показатель напряженного состояния такого перехода получился следующим: цинк $-0,4$; бериллий $+0,5$; вольфрам от $-0,86$ до $-0,20$. Можно предположить существование второго характерного показателя $(\sigma/T)_{кр2}$ перехода металлов в состояние неограниченной пластичности, деформация в этих и более «мягких» условиях не будет сопровождаться потерей пластичности. Характерным в этом отношении оказался цинк, который при $\sigma/T < -1,0$ переходит в состояние неограниченной пластичности. Для остальных рассмотренных выше металлов интервал $(\sigma/T)_{кр1} - (\sigma/T)_{кр2}$ сравнительно велик и в настоящее время получить состояние неограниченной пластичности пока не удастся.

Интенсивность изменения пластичности исследованных металлов в зависимости от напряженного состояния различна. Очень медленно растет пластичность при уменьшении σ/T у бериллия. Медь отличается

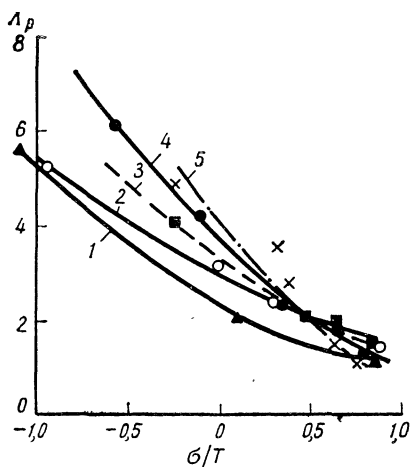


Рис. 23. Диаграммы пластичности после обработки опытных данных [25] для стали типа 45:

1 — в сыром; 2 — в нормализованном; 3 — в отожженном; 4 и 5 — в закаленном состоянии

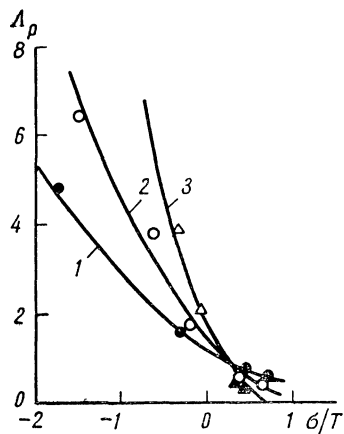


Рис. 24. Диаграммы пластичности для стали типа 85:

1 — в сыром; 2 — в отожженном; 3 — в закаленном состоянии

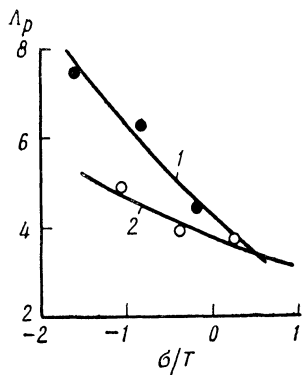


Рис. 25. Диаграммы пластичности для нержавеющей стали:

1 — типа 0X18H10; 2 — типа 0X18H9

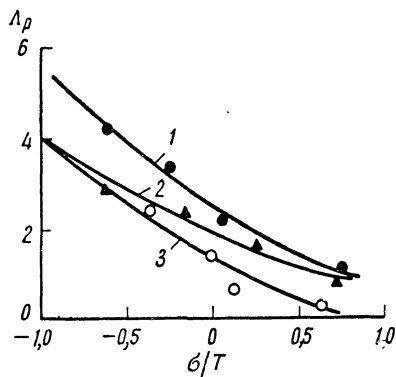


Рис. 26. Диаграммы пластичности для высокоуглеродистой закаленной стали:

1 — 48HRC; 2 — 51HRC; 3 — 56HRC

сравнительно высокой пластичностью и медленным ее изменением во всем исследованном интервале изменения σ/T . Интенсивность роста $\Delta\rho$ для молибдена и вольфрама в среднем примерно одинакова, но молибден значительно пластичней. При нулевом показателе σ/T (чистый сдвиг, кручение) молибден может претерпеть деформацию, эквивалентную уменьшению площади поперечного сечения на 68%, а вольфрам абсолютно не пластичен. Сопоставление результатов опытов Бриджмена и Бобровского с вольфрамом показывает

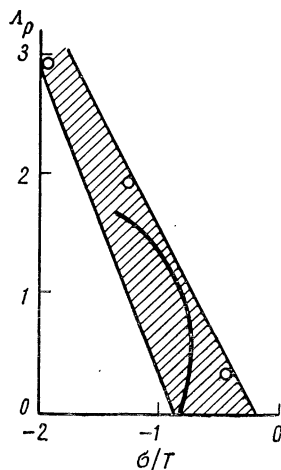


Рис. 27. Зависимость предельной степени деформации вольфрама к моменту разрушения от показателя напряженного состояния; заштрихованная область включает опытные данные Бобровского (кривая) и Бриджмена (точки)

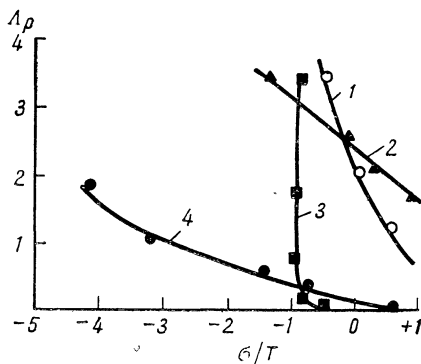


Рис. 28. Диаграммы пластичности:

1 — молибдена; 2 — меди; 3 — цинка;
4 — бериллия

естественный разброс результатов, который необходимо учитывать при оценке возможности деформирования хрупких металлов.

4. Пластичность металлов при знакопеременной деформации¹

Выше в описании теории разрушения металлов при пластической деформации (п. 1) было введено понятие о процессах, мало отличающихся от монотонных. Под такими процессами условимся понимать

¹ Здесь, как и во всей книге, под пластичностью подразумевается степень деформации, которую претерпел металл к моменту разрушения.

Строго говоря, классические методы расчета теории пластичности, которые применяются в данной работе, не учитывают ряда важных особенностей, свойственных знакопеременной деформации, и дают, по-видимому, лишь оценочный результат. Как показывают эксперименты, у большинства металлов после каждого циклического изменения пластических деформаций наблюдается изменение некоторых упруго-пластических характеристик, изменяется зависимость между напряжением и деформацией. Чтобы учесть эту особенность при решении ряда технологических задач обработки металлов давлением, необходим соответствующий аппарат. Вероятно, он может быть создан путем обобщения результатов, опубликованных в книге (В. В. Москвитин. Пластичность при переменных нагружениях. Изд-во Московского университета, 1965).

все немонокотные процессы, которые отличаются тем, что в данном месте деформация протекает в одном направлении и показатель напряженного состояния (а более точно напряжения) изменяется в сторону возрастания или уменьшения. Процессы циклического деформирования с периодическим изменением напряжений по какой-либо площадке либо в целом показателя σ/T , будем считать сильно немонокотными. Примерами таких процессов являются деформация образцов с чередованием их растяжения и сжатия, а также деформация с чередованием пластического закручивания и раскручивания.

Забегая несколько вперед, укажем, что при холодной периодической прокатке труб объемы металла деформирующиеся, то в зоне вершины калибра, то в зоне выпуска также испытывают деформацию в условиях периодически меняющихся напряжений растяжения и сжатия. Поэтому деформация этих объемов также протекает в условиях, сильно отличающихся от монокотных условий.

Пластичность металлов при такой циклической деформации заслуживает особого внимания. Здесь изложены результаты исследований пластичности металлов при знакопеременном циклическом кручении. Образцы из сталей и цветных сплавов деформировали до разрушения. Получена функциональная зависимость, связывающая общую степень деформации сдвига к моменту разрушения, число циклов нагружения и степень деформации сдвига при кручении в одном направлении. Результаты хорошо согласуются с литературными данными других авторов и позволили в некоторой степени уточнить известные данные.

Экспериментальными исследованиями Л. Ф. Коффина [99], В. П. Менсона [199,] В. А. Вуда [30] и др. установлено, что при циклическом пластическом деформировании связь числа циклов до разрушения N и размаха — амплитуды пластической деформации в цикле $\Delta\epsilon_{пл}$ выражается зависимостью

$$\Delta\epsilon_{пл} N^{0,5} = c, \quad (2.23)$$

где c — константа. На рис. 29 приведены опытные точки и их аппроксимация формулой (2.23) для алюминия.

Дальнейшие исследования показали, что в общем случае показатель степени в формуле (2.23) может отличаться от 0.5. Имея это в виду, обозначим показатель степени γ . Итак, формула (2.23) со-

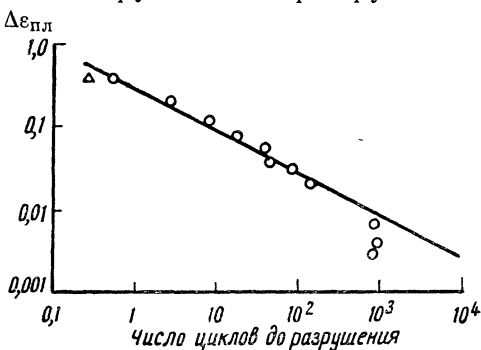


Рис. 29. Размах пластической деформации $\Delta\epsilon_{пл}$ в зависимости от числа циклов до разрушения при циклическом деформировании растяжением-сжатием (алюминий 75 S—T) [99] в логарифмических координатах

держит два параметра: γ и c . Определим эти параметры, установим степень соответствия формулы (2.23) опытным данным и преобразуем ее к более удобному виду.

Были проведены опыты по циклическому знакопеременному кручению до разрушения. Знакопеременному кручению подвергали образцы диаметром 5,0 мм из сталей, алюминиевых и титановых сплавов. Перед испытанием поверхность образцов шлифовали до чистоты $\nabla 8$. Вдоль образующей образцов типографским способом наносили прямую линию и по ее искривлению подсчитывали величину деформации на каждой ступени по формуле

$$\Lambda_i = \operatorname{tg} \varphi_i, \quad (2.24)$$

где Λ_i — степень деформации сдвига;

φ_i — угол наклона образующей к оси образца после деформации на i -той ступени.

Величину степени деформации сдвига Λ_i варьировали в пределах от 0,143 до 1,824. Суммарную степень деформации сдвига к моменту разрушения подсчитали по формуле

$$\Lambda_{p\Sigma} = \sum_{i=1}^n \Lambda_i, \quad (2.25)$$

где n — число ступеней деформации.

Образцы из алюминиевых и титановых сплавов деформировали по симметричному циклу, т. е. цикл состоял из закручивания образца на угол φ , его раскручивания до исходного состояния и далее закручивания на угол $-\varphi$ с последующим возвращением в исходное состояние. Стальные образцы деформировали по пульсирующему циклу, т. е. в пределах цикла после закручивания на угол φ образец раскручивался до исходного состояния. Новое закручивание осуществлялось в том же направлении на угол φ .

Часть образцов каждого сплава доводили до разрушения кручением в одном направлении, соответствующую степень деформации сдвига до разрушения обозначили Λ_{p*} . Кручению в одну сторону соответствует для симметричного цикла $N = 0,25$ и для пульсирующего $N = 0,5$.

Результаты экспериментов приведены на рис. 30.

Авторы работ [30, 99, 199] высказывали предположение, что константу c в формуле (2.23) можно определить из экспериментов на простое растяжение. В этом случае $\Delta\epsilon_{\text{пл}}$ — деформация до разрушения известна, а для симметричного цикла $N = 0,25$. Однако экспериментальные данные плохо подтверждают это предположение. На рис. 29 представлена зависимость (2.23) в логарифмических координатах: видно, что точка, соответствующая простому растяжению ($N = 0,25$), значительно ниже аппроксимальной прямой (отличие в величине деформации более чем в два раза).

С нашей точки зрения константу c можно определить более правильно, если учесть зависимость пластичности от схемы напряженного состояния. Действительно, при циклическом растяжении-сжа-

тии средний показатель напряженного состояния равен нулю. Следовательно, крайняя левая точка на диаграмме (рис. 29) должна быть определена не из опытов на растяжение ($\sigma/T = +0,58$), а на кручение ($\sigma/T = 0$). В этом случае получается значительно лучшее совпадение опытных данных с аппроксимальной линией.

Наши опыты показали, что экспериментальные данные по циклическому кручению, растяжению-сжатию и знакопеременному изгибу хорошо соответствуют друг другу и могут быть аппроксимированы одной аналитической зависимостью, которую можно получить, если

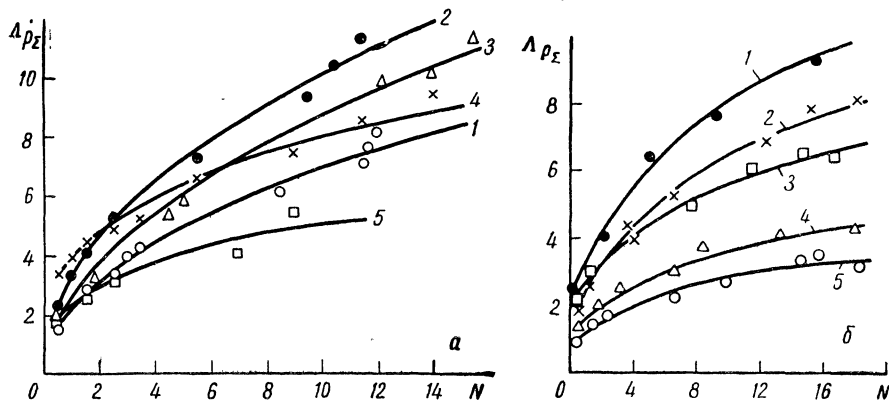


Рис. 30. Зависимость суммарной степени деформации сдвига к моменту разрушения от числа циклов:

а — для сталей марок 30 (1), 20А (2), 40ХНМА (3), 0Х18Н9Т (4), ЭИ852 (5); *б* — для цветных металлов и сплавов Д16 (1), АМГ5 (2), ВТ1-1 (3), ОТ4 (4), ВТ14 (5)

преобразовать формулу (2.23) с учетом выражения (2.25). В результате получим

$$\Lambda_{p\Sigma} = 2cN^{(1-\gamma)}. \quad (2.26)$$

Учитывая, что $\Lambda_{p\Sigma} = \Lambda_{p_0}$ при $N = 0,25$ для симметричного цикла и $N = 0,5$ для пульсирующего, получим соответственно для симметричного и для пульсирующего цикла

$$\Lambda_{p\Sigma} = \Lambda_{p_0} (4N)^{1-\gamma}, \quad (2.27a)$$

$$\Lambda_{p\Sigma} = \Lambda_{p_0} (2N)^{1-\gamma}. \quad (2.27б)$$

Для определения неизвестного параметра γ , входящего в эти формулы, экспериментальные данные обработали по методу наименьшего квадратического уклонения, приняв за варьируемый параметр γ . Найденные таким образом значения параметра для исследованных марок сталей и цветных металлов приведены ниже:

Марки сталей или сплава	20А	30	40ХНМА	ЭИ852	Д16	АМГ5	ВТ1-1	ОТ4	ВТ14	0Х18Н9Т
γ	0,5	0,52	0,48	0,69	0,69	0,66	0,74	0,74	0,72	0,70

Как видно, величина γ для многих сплавов и сталей существенно отличается от 0,5. Уравнения (2.27) — сплошные линии на рис. 30 — хорошо аппроксимируют опытные данные.

Возвратимся к рассмотрению условия деформирования без разрушения (2.6). Определим для циклического деформирования растяжением-сжатием или кручением среднее значение величины $B_{\text{ср}}$. Так как при циклическом деформировании наступило разрушение, интеграл в (2.6) равен единице. Воспользуемся теоремой о среднем, имея в виду, что $(\Lambda_p)_{\text{ср}} = \Lambda_{p_0}$, тогда

$$B_{\text{ср}} \frac{\int_0^t H d\tau}{\Lambda_{p_0}} = 1$$

или

$$B_{\text{ср}} = \frac{\Lambda_{p_0}}{\Lambda_{p_{\Sigma}}}. \quad (2.28)$$

Подставим в формулу (2.28) выражение (2.27а), соответствующее симметричному циклу, и получим

$$B_{\text{ср}} = \frac{1}{(4N)^{1-\gamma}}. \quad (2.29)$$

Ни формула (2.28), ни формула (2.29) не позволяют подсчитать значение $B_{\text{ср}}$. Нам обычно известна величина размаха степени деформации сдвига за один цикл, которую обозначим λ и степень деформации Λ_{p_0} . Располагая этими данными, можно исключить N из формулы (2.29). Действительно,

$$4\lambda N = \Lambda_{p_{\Sigma}}.$$

В то же время

$$\Lambda_{p_{\Sigma}} = \Lambda_{p_0} (4N)^{1-\gamma},$$

следовательно,

$$N = \frac{1}{4} \left(\frac{\Lambda_{p_0}}{\lambda} \right)^{1/\gamma}. \quad (2.30)$$

Подставим (2.30) в (2.29) и получим искомое выражение:

$$B_{\text{ср}} = \left(\frac{\lambda}{\Lambda_{p_0}} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}. \quad (2.31)$$

Нетрудно убедиться, что такая же формула может быть получена и для пульсирующего цикла.

5. Пластичность металлов в теплом и горячем состоянии

Часто обработку металлов давлением осуществляют в «теплом» (подогретом ниже температуры рекристаллизации) состоянии. В последнее время растет тенденция к применению этого способа формоизме-

нения. Не всегда переход к прокатке или волочению в подогретом состоянии может быть осуществлен грамотно, если не учесть следующее обстоятельство.

С повышением температуры, как правило, уменьшается сопротивление деформации и, следовательно, сила, необходимая для обработки металла. С этой точки зрения, казалось бы, можно использовать возникающий резерв в возможностях стана путем применения больших деформаций. Однако так поступать во всех случаях нельзя, так как с повышением температуры может существенно уменьшиться пластичность металла и нельзя будет повысить величину деформации. В связи с этим становится очевидной необходимость изучения пластичности металлов в зависимости от температуры и напряженного состояния.

В настоящее время в литературе довольно много сведений о пластичности металлов при теплом деформировании одноосным растяжением. Систематические исследования зависимости пластичности металлов в теплом состоянии от напряженного состояния автору неизвестны. Ниже приведены некоторые данные, которые частично восполняют этот пробел.

Была исследована пластичность сталей марок 20, 45, ШХ15, 30ХГСА и Х18Н10Т в зависимости от температуры деформации от 373 до 773° К (100 + 500° С) как при одноосном растяжении, так и при одноосном сжатии и всестороннем растяжении¹. Механические свойства исследованных в опытах сталей следующие:

Марка стали	20	45	ШХ15	30ХГСА	Х18Н10Т
Предел прочности, Mn/m^2 ($кг/мм^2$)	508 (52,0)	713 (72,9)	705 (72,2)	835 (85,4)	601 (61,5)
Предел текучести, Mn/m^2 ($кг/мм^2$)	363 (37,1)	582 (59,5)	583 (59,6)	758 (77,5)	358 (36,6)
Удлинение δ_b , %	29,9	21,8	28,5	19,5	52,6
Сужение, %	64,0	41,0	61,8	58,5	75,5

Пластичность при всестороннем растяжении определяли путем разрыва образцов круглого поперечного сечения с выточкой-шейкой. Диаметр образцов 8 мм, радиус кривизны выточки 1,5 мм. Степень деформации определяли описанным выше способом. Показатель напряженного состояния в месте начала разрушения в начальный момент растяжения $\sigma/T = +2,0$.

Пластичность при одноосном растяжении определяли путем разрыва «гладких» образцов квадратного поперечного сечения 6×6 мм. Степень деформации сдвига к моменту разрушения подсчитывали по формуле (2.10). Показатель напряженного состояния при одноосном растяжении (в начальный момент растяжения образца) $\sigma/T = +0,6$. Измерение поперечных размеров образцов в испытаниях обоих видов проводили с помощью инструментального микроскопа.

¹ Исследование проведено совместно с В. Ф. Шишминцевым.

Пластичность при сжатии определяли при осадке цилиндрических образцов (диаметр 4 мм, высота 6—7 мм) между плоскими шлифованными бойками. Момент разрушения фиксировали по появлению трещин на боковой поверхности цилиндра. Степень деформации сдвига в месте разрушения определяли по методике, описанной в п. 2. Показатель напряженного состояния в начале осадки $\sigma/T = -0,6$.

Испытание сталей проводили на универсальной машине, имеющей муфел. Нагрев образцов осуществлялся в две стадии: предварительный нагрев в течение 30 мин серии образцов в муфельной печи до требуемой температуры и окончательный нагрев в муфеле машины с выдержкой в нем в течение 5—10 мин. Контроль за температурой осуществлялся с помощью термопары, температура регулировалась автоматически с точностью $\pm 5^\circ$.

Результаты испытаний (средние 3—5 опытов каждого вида) представлены в табл. 3. Сопоставление данных о пластичности сталей при линейном растяжении ($\sigma/T = +0,6$) с аналогичными результатами, опубликованными в литературе [2, 105], показало их хорошее соответствие друг другу.

Рассмотрим данные о пластичности стали марки Х18Н10Т. Пластичность при деформации с преобладанием растягивающих напряжений ($\sigma/T = +0,6$; $+2,0$) с ростом температуры от 373 до

ТАБЛИЦА 3. ПЛАСТИЧНОСТЬ (СТЕПЕНЬ ДЕФОРМАЦИИ СДВИГА) НЕКОТОРЫХ СТАЛЕЙ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ И ПОКАЗАТЕЛЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

Марка стали	$\left(\frac{\sigma}{T}\right)_0$	Степень деформации сдвига при температуре, °K (°C)				
		373 (100)	473 (200)	573 (300)	673 (400)	773 (500)
20	+2,0	1,19	0,97	0,73	0,87	0,96
	+0,6	1,01	0,80	0,31	0,69	1,53
	-0,6	1,46	1,40	1,36	1,20	1,20
45	+2,0	0,41	0,58	0,47	0,69	0,59
	+0,6	0,56	0,51	0,41	0,74	0,78
	-0,6	1,20	1,50	1,15	1,05	1,30
ШХ15	+2,0	1,00	0,85	0,47	1,01	1,67
	+0,6	0,97	0,93	0,78	1,37	2,34
	-0,6	1,10	1,25	1,35	1,40	1,45
30ХГСА	+2,0	0,27	0,61	0,41	0,46	0,51
	+0,6	1,06	0,88	0,59	0,52	1,28
	-0,6	1,40	1,45	1,45	1,45	1,50
Х18Н10Т	+2,0	1,43	1,75	1,64	1,36	1,33
	+0,6	1,67	1,47	1,47	1,23	1,23
	-0,6	1,65	1,70	1,75	1,75	1,70

773° К (от 100 до 500° С) постепенно уменьшается. При температуре 773° К (500° С) она на 20—30% ниже, чем при температуре 373° К (100° С). Пластичность при деформации с преобладанием сжимающих напряжений ($\sigma/T = -0,6$) от температуры в исследованном интервале практически не зависит. С точки зрения пластичности металла (способности деформироваться без разрушения) нет оснований не рекомендовать теплую прокатку и волочение, тем более что подогрев снижает сопротивление деформации. Однако следует отметить, что предельная степень деформации (не приводящая к разрушению) при теплой прокатке и волочении вследствие понижения пластичности должна быть при равных условиях несколько меньше, чем предельная деформация при холодной прокатке и волочении.

Пластичность стали марки 20 от температуры и схемы напряженного состояния зависит следующим образом. При деформации с преобладанием растягивающих напряжений она имеет пониженное значение в довольно широком температурном интервале 473—673° К (200—400° С). Снижение составляет 40—70% от пластичности при температуре 373° К (100° С). При температуре 673—773° К (400—500° С) пластичность вновь повышается до первоначального значения. Зависимость пластичности от температуры ($\sigma/T = -0,6$) иная. Способность деформироваться без разрушения с ростом температуры постепенно падает на 15—20% при температуре 773° К (500° С). Следует заметить, что опыты со всеми сталями показали небольшую зависимость пластичности от температуры при деформировании с преобладанием сжимающих напряжений. Теплая обработка стали марки 20 возможна лишь в узком интервале температур 673—773° К (400—500° С), пластичность вновь повышается до первоначального значения. Зависимость пластичности от температуры $\sigma/T = -0,6$ иная. Способность деформироваться без разрушения с ростом температуры постепенно падает на 15—20% при температуре 773° К (500° С). Следует заметить, что опыты со всеми сталями показали небольшую зависимость пластичности от температуры при деформировании с преобладанием сжимающих напряжений. Теплая обработка стали марки 20 возможна лишь в узком интервале температур 673—773° К (400—500° С) либо в случае преобладания сжимающих напряжений¹; в этом смысле вряд ли возможно теплое волочение.

Сталь марки 45 показала рост пластичности с ростом температуры при жестких схемах напряженного состояния ($\sigma/T = +0,6$; $+2,0$) и незначительные колебания при более мягкой схеме ($\sigma/T = -0,6$). Эта сталь также показала некоторое (незначительное) уменьшение пластичности при температуре 573 и 673° К (300 и 400° С) при жесткой и более мягкой схемах напряженного состояния соответственно. Теплая прокатка и волочение стали марки 45 вполне возможна.

Сталь марки ШХ15 при $\sigma/T = -0,6$ показала существенный рост пластичности с повышением температуры; пластичность при

¹ Необходимо обеспечить строгий контроль и поддержание температуры, так как ее понижение до 573° К (300° С) может сделать обработку практически невозможной.

773° К (500° С) на 30 % выше, чем при холодной деформации, причем провала синеломкости нет. Повышение температуры от 373 до 773° К (от 100 до 500° С) при деформации с более жестким напряженным состоянием ($\sigma/T = +0,6; +2,0$) также сопровождается увеличением пластичности. Однако в этом случае при температуре 523—623° К (250—350° С) наблюдается уменьшение пластичности на 20—50 %. В определенных условиях целесообразна теплая обработка стали марки ШХ15.

Как уже отмечали, сталь марки 30ХГСА обладает малой пластичностью при наличии растягивающих напряжений. Опыты по тепловому деформированию показали, что при $\sigma/T = +0,6; +2,0$ и температуре 573—673° К (300—400° С) имеется «провал» пластичности. Сжимающие напряжения ($\sigma/T = -0,6$), повышая пластичность, делают незаметной ее зависимость от температуры. Резкое изменение пластичности и характера ее зависимости от температуры в интервале $\sigma/T = (-0,6) - (+0,6)$ не позволяют по описываемым здесь данным сделать однозначное определение возможности теплой обработки.

Г. Д. Козлов исследовал пластичность титановых сплавов ВТ1-1, ОТ4 и ВТ14 в интервале температур 423—873° К (150—600° С). Им были проведены по описанной методике опыты по растяжению гладких образцов и образцов с выточкой, а также по кручению (рис. 31). Во всех случаях наблюдается рост пластичности с повышением температур.

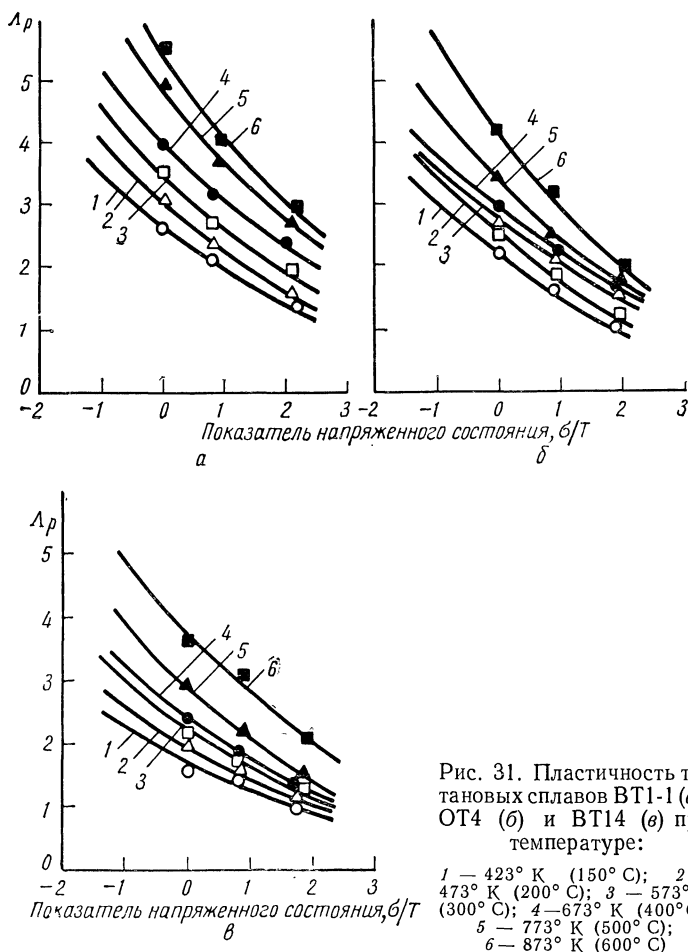
Основными факторами, определяющими пластичность металлов при их обработке давлением, являются химический состав вещества, макро- и микроструктура, температура и скорость деформации, а также вид напряженного состояния. Большое число факторов обуславливает трудности экспериментального изучения пластичности при высоких температурах, так как трудно обеспечить постоянство условий эксперимента. Так, при испытании стали с малыми скоростями деформации возможны выгорание углерода, диффузия в металл элементов защитной атмосферы, а следовательно, и изменение химического состава в процессе испытания. При высоких температурах в процессе деформации образцов одновременно протекают процессы нарушения первичной структуры и рекристаллизация, изменяется макро- и микроструктура, а также могут протекать процессы за lànhивания дефектов структуры, возникшие при деформации.

Для выявления зависимости пластичности металлов от напряженного состояния необходимо выбрать такие виды горячих испытаний, которые протекают при постоянном показателе напряженного состояния σ/T , или хотя бы такие, для которых известно изменение показателя напряженного состояния в процессе испытания. Деформация при испытании должна быть монотонной. В противном случае затрудняется возможность расчета степени деформации в месте разрушения. Определенную трудность представляет фиксирование нарушения сплошности образца, т. е. момента образования макротрещины. Для выявления зависимости пластичности от температурно-

скоростных условий необходимо постоянство температуры и скорости деформации во все время опыта.

В настоящее время известны следующие виды испытаний на пластичность в горячем состоянии.

1. Наибольшее распространение получило растяжение гладких образцов и образцов с выточкой. При испытании обычно фиксируют



удлинение (δ , %) и поперечное сужение (ψ , %). Хорошо отработана методика нагрева и испытания образцов при постоянной температуре. Для уменьшения окалинообразования, а также обезуглероживания поверхности образцов используют защитную атмосферу. Этот вид испытания имеет ряд существенных недостатков. Неизвестна кинетика изменения параметров шейки. В связи с этим трудно рассчитать величину показателя напряженного состояния. Существенным недостатком растяжения гладких образцов является также изменение

скорости деформации более чем на порядок к моменту локализации деформации в шейке. Меньшее изменение скорости деформации наблюдается при растяжении образцов с выточкой.

2. Иногда применяется испытание — загиб образцов с гладкой поверхностью и с выточками. Преимуществом этого метода является сравнительная простота фиксации момента образования макротрещины. Для изгиба характерна сравнительно малая величина деформации, что делает невозможным разрушение пластичных металлов.

3. Известен метод испытания на пластичность осадкой. Достоинствами этого метода являются относительная простота проведения опыта, а также возможность варьирования скорости деформации в широком интервале ее изменения.

Случай осадки при комнатной температуре хорошо исследован в работах Г. А. Смирнова-Аляева. Можно довольно точно определить показатель напряженного состояния и степень деформации сдвига к моменту разрушения образца. Для случая осадки при высоких температурах подобных исследований не проводилось. В настоящее время нельзя установить при горячей осадке величину показателя напряженного состояния и степень деформации сдвига в месте образования трещины.

4. Широко распространен простой метод испытания образцов на кручение. Показатель напряженного состояния остается постоянным и равен нулю все время испытания. Деформацию характеризуют либо числом оборотов, либо какими-то другими критериями, связанными с числом оборотов. Так, например, А. П. Чекмарев и А. П. Качайлов в качестве критерия пластичности при испытании на кручение предлагают относительный угол закручивания к моменту разрушения $\theta = \varphi/l_p$, где φ — угол закручивания, l_p — длина рабочей части [188].

Следует отметить, что эти показатели не характеризуют непосредственно пластичность металла (степень деформации к моменту разрушения), а дают лишь оценку относительной пластичности. Этот метод широко используется для определения температурного интервала максимальной пластичности. Можно считать важной задачу создания методики определения степени деформации сдвига в месте разрушения при кручении.

5. Очень удобным является метод испытания пластичности прокаткой плоских образцов на клин, предложенный Ю. М. Чижиковым. При использовании этого метода довольно просто определяется степень деформации и показатель напряженного состояния в месте вскрытия макротрещины. Возможно варьирование скорости деформации. Применение образцов различной формы позволяет изучить пластичность в интервале изменения показателя напряженного состояния примерно от $-0,5$ до $+0,5$. Следует отметить трудность поддержания и контроля температуры образцов в процессе испытания.

Метод испытания пластичности металла при высоких температурах прокаткой полосы на клин развит и применен в работах Ю. М. Чи-

жикова [190], М. И. Зуева [54], М. Эндреля [196] и др. За показатель пластичности принимают величину относительной высотной деформации $\frac{\Delta H}{H} \cdot 100\%$ в сечении с трещиной.

Для определения степени деформации сдвига и показателя напряженного состояния на боковой поверхности клиновидной полосы, где происходит разрушение, А. А. Богатов провел специальное исследование. Обычно для прокатки на клин применяют образцы с размерами поперечного сечения от 10×10 до 50×50 мм. А. А. Богатов использовал образцы двух видов сечением 30×30 мм и 30×90 мм, длиной 180 мм. Были прокатаны четыре образца первого типа и два второго. Прокатку производили на дуостане 300 в эксцентричных валках.

На боковые поверхности образцов типографским способом была нанесена координатная сетка с базой (стороной квадрата или диаметром вписанной окружности) 2,93 мм. После прокатки с помощью инструментального микроскопа фиксировали изменение координатной сетки в трех-четыре точки по высоте полосы и через одну ячейку по длине клина. Замеры по высоте были усреднены. Это позволило определить среднюю степень деформации и средний показатель напряженного состояния на боковой поверхности в любом сечении по всей длине прокатанного образца. При этом сделано предположение, что ячейки сетки деформируются монотонно. Тогда степень деформации можно определить по формуле (2.12), а показатель напряженного состояния на свободной поверхности — по формуле (2.13). Наряду с этим в каждом поперечном сечении, для которого фиксировали изменение координатной сетки, замеряли его высоту H_1 и определяли обжатие $\ln \frac{H_0}{H_1}$. Полученные экспериментальные данные прокатки квадратных и плоских образцов позволили построить зависимость Λ и σ/T от $\ln \frac{H_0}{H_1}$ (рис. 32).

Располагая этими зависимостями, можно обработать экспериментальные данные. Для этого достаточно знать обжатие $\ln \frac{H_0}{H_1}$ в сечении с трещиной, а затем по кривым на рис. 32 можно определить

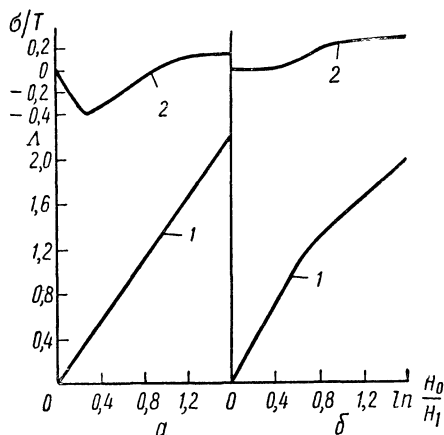


Рис. 32. Степень деформации (1) и показатель напряженного состояния (2) на боковой поверхности клиновидных образцов с исходными размерами поперечного сечения:

а — 30×30 мм; б — 30×90 мм

степень деформации сдвига и показатель напряженного состояния на боковой поверхности к моменту разрушения. Ясно, что между свинцовыми образцами и образцами горячих испытаний должно быть определенное соответствие.

Несомненно, что эта методика еще несовершенна и требует дальнейшего усовершенствования, так как формулы (2.12) и (2.13) справедливы лишь для идеализированного случая монотонного деформирования ячеек сетки.

В настоящее время в литературе накопился обширный экспериментальный материал по исследованию пластичности при высоких температурах. Это данные об испытании на изгиб [195], на осадку [4, 43, 131, 150], на кручение [54, 125, 132, 138, 188, 200, 204].

Особенно много данных по растяжению гладких образцов [1, 29, 43, 119, 133, 177, 178, 204] и прокатке на клин [54, 189, 190, 196]. Для первых трех видов испытания пока не представляется возможным рассчитать величины степени деформации сдвига и показатель напряженного состояния к моменту разрушения, но для последних двух видов (растяжение и прокатка образцов на клин) такая возможность есть.

Как уже отмечено, при растяжении гладких образцов показатель напряженного состояния в первом приближении можно принять равным $\sigma/T = +0,6$, имея в виду, что после локализации деформации в шейке имеется трехосное растяжение и среднее значение показателя напряженного состояния будет больше $+0,6$. Степень деформации при растяжении может быть подсчитана по формуле (2.10).

В случае прокатки образцов на клин для определения показателя напряженного состояния и степени деформации сдвига в месте разрушения можно воспользоваться описанными выше результатами исследований по прокатке квадратных и плоских свинцовых образцов на клин.

Обрабатываем таким образом некоторые литературные данные по испытанию образцов на растяжение и прокатку на клин. Наиболее полные данные о пластичности стали при высоких температурах представлены в книге М. И. Зуева и др. [54]. Испытанию подвергали следующие стали: конструкционные 15, 12ХНЗА, 18ХНВА, 30ХГСА, 60С2; инструментальные У7, У12, ЭИ366, Х12М, Р9, Р18; нержавеющие, жаропрочные стали и сплавы с высоким омическим сопротивлением Х9С2, 1Х13, Х17, Х28, 1Х25Ю5, 1Х18Н9, 1Х18Н9Т, Х18Н11Б, Х18Н25С2, Х23Н18, Х13Н4Г9, 1Х14Н14В2М, Х15Н60, Х20Н80. М. И. Зуев, В.С. Культыгин и др. исследовали пластические свойства при растяжении, ударном изгибе, скручивании прокатке на клин. Во всех случаях испытывался металл в деформированном состоянии. Образцы стали Х20Н80, Х18Н11Б и 1Х18Н9Т подвергали термической обработке. В некоторых случаях образцы для испытания растяжением и прокаткой на клин были из различных плавок. Вследствие высокой пластичности лишь немногие стали разрушались при прокатке на клин,

Результаты испытаний на растяжение и прокатку на клин были соответствующим образом обработаны, что позволило получить данные о пластичности (степени деформации сдвига) стали в зависимости от температуры и показателя напряженного состояния (табл. 4).

ТАБЛИЦА 4. ПЛАСТИЧНОСТЬ (СТЕПЕНЬ ДЕФОРМАЦИИ СДВИГА) НЕКОТОРЫХ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО ДЕФОРМИРОВАННЫХ СТАЛЕЙ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ И ПОКАЗАТЕЛЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

Марка стали	$\frac{\sigma}{T}$	Степень деформации сдвига при температуре, °K (°C)							
		973 (700)	1073 (800)	1173 (900)	1273 (1000)	1373 (1100)	1473 (1200)	1523 (1250)	1573 (1300)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>Конструкционные стали</i>									
15	+0,6	4,37	1,00	1,16	2,83	10,80	10,20	—	—
12ХН3А	+0,6	1,93	0,56	0,43	1,44	6,7	8,52	—	10,2
18ХНВА	+0,6	3,67	2,32	2,39	3,04	5,58	7,52	—	8,17
30ХГСА	+0,6	3,70	1,88	0,95	0,71	5,76	8,37	—	—
60С2	+0,6	1,49	5,03	6,07	2,18	8,87	8,37	—	—
<i>Инструментальные стали</i>									
У7	+0,6	3,51	2,22	4,10	6,39	9,17	10,80	—	—
У12А	+0,6	2,57	1,20	0,96	1,62	3,69	7,80	—	—
ЭИ366	+0,6	5,22	6,77	4,65	5,66	8,52	4,37	—	—
Х12М	+0,6	1,97	1,50	1,33	1,18	1,14	0,26	—	—
	+0,1	—	—	2,2	>2,2	1,71	1,45	—	—
Р9	+0,6	2,33	2,82	2,04	1,90	1,80	2,04	—	—
Р18	+0,6	1,72	2,6	1,81	2,08	1,83	1,77	—	—
<i>Окалиностойкие, нержавеющие, жаропрочные стали и сплавы</i>									
Х9С2	+0,6	5,08	6,39	1,55	1,02	0,95	2,32	—	—
1Х13	+0,6	5,80	6,45	5,66	1,87	1,98	3,11	—	—
	+0,1	—	—	—	>2,2	>2,2	>2,2	>2,2	—
Х17	+0,6	5,89	6,87	7,05	6,07	6,20	7,81	—	6,01
Х28	+0,6	4,48	7,80	7,81	9,17	7,52	7,80	—	—
1Х25Ю5	+0,6	4,66	7,52	9,56	8,52	8,36	9,17	9,17	—
Х18Н25С2	+0,6	1,09	1,49	1,00	0,88	1,01	0,84	—	—
	+0,1	—	—	>2,2	2,9	>2,2	>2,2	>2,2	—
Х23Н18									
А *1	+0,6	1,98	2,57	2,12	2,12	1,75	2,76	—	10,2
Б	+0,6	1,44	2,35	3,64	2,27	2,10	2,11	—	—
Х13Н4Г9	+0,6	2,20	2,48	2,70	2,77	2,81	6,49	—	—
1Х14Н14В2М	+0,6	—	—	1,34	0,99	1,51	1,54	—	—
Х15Н60	+0,6	1,27	1,22	1,02	1,00	0,73	0,69	—	—
	+0,1	—	—	2,2	>2,2	>2,2	>2,2	>2,2	—
Х20Н80 *2									
А	+0,6	0,89	2,24	2,99	1,70	4,68	6,77	—	—
Б	+0,6	0,53	0,87	1,31	0,93	0,82	1,79	—	—
Х18Н11Б *3									
А	+0,6	—	0,56	—	1,88	—	4,65	—	1,77
Б	+0,6	—	1,00	—	1,96	—	3,95	—	1,41
В	+0,6	—	0,63	—	1,95	—	3,38	—	3,75
Г	+0,6	—	1,01	—	1,83	—	1,99	—	0,26
Д	+0,6	—	0,93	—	3,23	—	3,67	—	0,27

Марка стали	$\frac{\sigma}{T}$	Степень деформации сдвига при температуре, °K (°C)							
		973 (700)	1073 (800)	1173 (900)	1273 (1000)	1373 (1100)	1473 (1200)	1523 (1250)	1573 (1300)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1X18H9T 1X18H9T *4	+0,6	2,50	2,06	1,87	1,61	1,57	2,14	—	—
А	+0,6	—	1,25	2,06	2,16	2,12	6,77	—	—
Е	+0,6	—	1,29	1,65	2,02	2,33	2,23	—	—

*1 А, Б, В, Г, Д, Е — обозначение различных плавок.

*2 Образцы перед испытанием подвергли термической обработке по режиму: нагрев до 1473° К (1200° С), выдержка 20 мин, охлаждение на воздухе.

*3 Образцы подвергли термической обработке по режиму: нагрев до 1373° К (1100° С), выдержка 20 мин, охлаждение в воде; плавки отличаются по содержанию ниобия.

*4 Образцы подвергли термической обработке по режиму: нагрев до 1423° К (1150° С), выдержка 20 мин, охлаждение в воде; плавки отличаются по процентному содержанию α -фазы.

ТАБЛИЦА 5. СТЕПЕНЬ ДЕФОРМАЦИИ СДВИГА (ЗНАМЕНАТЕЛЬ)
К МОМЕНТУ РАЗРУШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ СТАЛЕЙ И СПЛАВОВ
В ЛИТОМ СОСТОЯНИИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ
И ПОКАЗАТЕЛЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ (ЧИСЛИТЕЛЬ)

Сплав	Температура, °K (°C)						
	1073 (800)	1173 (900)	1273 (1000)	1373 (1100)	1473 (1200)	1523 (1250)	1573 (1300)
1	— —	—0,31 0,60	—0,24 0,77	—0,09 1,1	+0,1 2,08	— —	—0,15 0,96
2	— —	—0,21 0,83	+0,08 1,53	+0,1 >2,2	+0,1 >2,2	— —	+0,1 >2,2
3	— —	—0,31 0,59	—0,2 0,87	— —	—0,02 1,27	— —	— —
4	+0,6 0,26	+0,6 0,24	+0,6 0,30	+0,6 0,43	+0,6 0,52	+0,6 0,72	— —
5А	— —	—0,1 1,1	—0,03 1,23	0,0 1,3	0,0 1,3	—0,06 0,04	— —
5Б	— —	0,0 1,3	— —	+0,1 1,67	+0,1 1,71	— —	— —
6	— —	—0,09 1,10	—0,06 1,18	+0,06 1,45	—0,26 0,71	0,0 0,01	— —
7	— —	— —	—0,15 0,95	—0,15 0,95	—0,21 0,82	— —	0,0 0,02
8А	+0,09 1,61	+0,10 1,67	+0,10 1,76	+0,1 1,80	+0,1 2,2	+0,1 2,2	— —
8Б	— —	— —	+0,08 1,57	+0,1 1,86	— —	+0,1 >2,2	— —
8В	— —	— —	+0,6 2,96	+0,6 2,77	— —	— —	— —
9	— —	—0,08 1,13	—0,21 0,82	— —	—0,4 0,41	— —	0 0
10	— —	+0,06 1,49	+0,1 1,67	— —	—0,14 0,98	—0,06 0,05	— —

Температурная зависимость пластичности не одинакова при разных напряженных состояниях, поэтому выбор оптимальных режимов обработки должен учитывать зависимость пластичности как от температуры, так и от показателя напряженного состояния.

Обширный экспериментальный материал по пластичности стали представлен в книге Ю. М. Чижикова [190]. В основном это результаты прокатки на клин образцов литой структуры (табл. 5). В таблице обозначено: 1 — никелькобальтовый сплав (ковар), содержащий 30% Ni и 20% Co; 2 — никель; 3 — никельмолибденовый сплав (78,5% Ni, 3,2% Mo, 0,85% Mn, 0,48% Si, 0,05% C); 4 — никельмолибденовый сплав (76,54% Ni, 22,8% Mo, 0,07% Si, 0,006% S); 5 — сталь ЭЯЗС (0,28% C; 2,34% Si; 17,84% Cr; 8,4% Ni) двух плавок: А — с транскристаллической и Б — с равноосной макроструктурой; 6 — сталь ЭИ69 (0,56% C, 13,7% Cr, 14,1% Ni; 0,32% Mo); 7 — сталь ЭИЗ41 (0,12% C, 1,30% Si, 18,02% Cr, 4,6% Al); 8 — сталь 1Х18Н9Т двух плавок: А — лабораторные слитки 36×36 мм, Б и В — производственный слиток весом 2,6 т; 9 — хромоникельвольфрамовый сплав с повышенным содержанием марганца (8% Cr, 35% Ni, 3% W, 2% Mn); 10 — хромоникельмолибденовый сплав ЭИ395 (16% Cr, 26% Ni, 6% Mo).

Много экспериментальных данных накоплено по растяжению при высоких температурах. Так, О. А. Хоменко, Н. И. Лапкин и Л. Т. Тимашук исследовали пластичность предварительно деформированных сплавов с особыми свойствами [177]. Зависимость пластичности от температуры при растяжении представлена в табл. 6.

Н. М. Федосов исследовал пластичность шарикоподшипниковых сталей в прокатанном состоянии путем растяжения образцов после предварительного нагрева их до температуры 1423 и 1523° К (1150 и 1250° С) с последующим охлаждением до температуры опыта и при

ТАБЛИЦА 6. ПЛАСТИЧНОСТЬ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО ДЕФОРМИРОВАННЫХ СПЛАВОВ С ОСОБЫМИ СВОЙСТВАМИ ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ ($\sigma/T \approx +0,6$)

Сплав	Плотность при температуре испытания, °К (°С)				
	1073 (800)	1173 (900)	1273 (1000)	1373 (1100)	1473 (1200)
<i>Магнитомягкие сплавы</i>					
50Н	0,22	0,23	0,62	0,87	3,82
79НМ	0,44	0,52	0,65	1,22	1,99
50кор 2	4,97	1,18	0,92	1,59	1,94
<i>Магнитожестные сплавы</i>					
52КФ12	1,68	1,26	1,14	1,29	1,56
ЭИ708	1,50	0,71	0,93	1,20	2,83
<i>Жаростойкие сплавы высокого омического сопротивления</i>					
Х20Н80	1,99	2,12	1,78	2,04	5,90
0Х27Ю5А	6,32	7,45	—	—	—

прямом нагреве до температуры опыта [178]. Зависимость пластичности исследованных марок стали от температуры представлена в табл. 7.

ТАБЛИЦА 7. ПЛАСТИЧНОСТЬ ШАРИКОПОДШИПНИКОВЫХ СТАЛЕЙ
В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ ($\sigma/T \approx +0,6$)

Марки стали	Пластичность при температуре, °K (°C)						
	1073 (800)	1173 (900)	1273 (1000)	1373 (1100)	1423 (1150)	1473 (1200)	1523 (1250)
ЭШХ10 *1	3,03	2,59	3,69	7,98	—	—	—
ЭШХ10 *2	1,51	0,72	1,59	4,72	—	—	—
ЭШХ15 *3	0,64	0,49	1,07	3,45	—	—	—
ЭШХ15 *2	0,47	0,35	0,35	0,48	0,76	2,88	—
Э12ХНЗА *1	0,62	0,61	2,77	6,24	9,10	—	—
З5 *2	0,33	0,31	0,23	0,78	1,10	—	—
Э20Х *1	1,35	0,51	1,29	5,90	6,80	—	—
Э40Х *1	0,80	0,44	0,39	1,66	8,33	—	—
Э30ХМА *1	1,31	1,03	5,4	8,27	8,27	—	—
Э15ХФ *1	1,66	0,71	2,04	4,94	8,33	—	—

*1 Образцы после предварительного нагрева до 1150° С.

*2 Образцы после предварительного перегрева до 1250° С.

*3 Образцы при прямом нагреве до температуры опыта.

С. М. Бакшеев исследовал пластичность конструкционных углеродистых марок стали и мягкого железа при растяжении, Е. И. Бельский — пластичность инструментальных углеродистых сталей и Осипов В. Г. — низколегированной стали НЛ-2 (табл. 8), причем пластические свойства изучались при статическом и динамическом воздействии сил. Г. Н. Махед исследовал пластичность технического железа при высоких температурах при ударном растяжении. Исследованию подвергалось техническое железо, полученное с завода «Серп и молот» (плавки 1 и 2), и электротехническое железо (плавки 3, 4 и 5), выплавленное в лабораторных условиях. Химический состав металла был таким:

№ плавки	С	Мп	Si	S	P	Ni	Cu	O ₂
1	0,037	0,11	0,19	0,025	0,011	0,12	0,20	0,01
2	0,030	0,05	Следы	0,024	0,009	0,13	0,20	0,07
3	0,02	0,003	Нет	0,01	0,01	—	—	0,04
4	0,03	0,01	Следы	0,01	Нет	—	—	0,06
5	0,02	0,006	»	0,01	Следы	—	—	0,25

Пластичность исследованных плавок технического железа приведена в табл. 9.

Как было показано в п. 1, расчет возможности разрушения при деформировании в горячем состоянии требует знания пластических характеристик Λ_p и B , а также функции времени E , учитывающей диффузионные процессы. В настоящее время располагаем некоторыми сведениями о Λ_p , часть из которых приведена выше в табл. 4—9. Поэтому можно порекомендовать приближенную оценку разрушения, приняв $B = E = 1$. В этом случае не будут учтены эффекты «залечивания» в ходе деформации и диффузионные процессы. Такой расчет будет сделан с некоторым «запасом прочности».

**ТАБЛИЦА 8. ПЛАСТИЧНОСТЬ УГЛЕРОДИСТЫХ
И НИЗКОЛЕГИРОВАННЫХ СТАЛЕЙ
В ПРОКАТАННОМ СОСТОЯНИИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ
ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ (ЧИСЛИТЕЛЬ)
И СТАТИЧЕСКОМ (ЗНАМЕНАТЕЛЬ) РАСТЯЖЕНИИ**

Марка стали	Пластичность при температуре, °K (°C)					
	973 (700)	1073 (800)	1173 (900)	1273 (1000)	1373 (1100)	1473 (1200)
<i>Конструкционные углеродистые стали</i>						
45	2,03	4,62	5,19	6,08	6,77	7,99
	4,37	6,77	—	—	—	—
30	3,99	4,62	5,58	5,58	6,08	7,99
	4,17	6,77	7,99	—	—	—
20	4,17	4,62	5,19	5,58	6,08	6,77
	4,87	5,58	7,99	—	—	—
Мягкое железо	2,88	3,07	1,34	—	0,49	0,52
	3,07	3,17	2,79	2,62	—	—
<i>Инструментальные углеродистые стали</i>						
У7А	2,79	4,87	6,08	—	—	—
	3,99	—	—	—	—	—
У8А	2,88	4,87	6,08	—	—	—
	4,17	—	—	—	—	—
У10А	2,79	4,62	6,08	—	—	—
	3,50	—	—	—	—	—
У12А	2,4	3,67	5,58	—	—	—
	1,97	5,58	—	—	—	—
<i>Низколегированная сталь</i>						
НЛ-2	3,52	3,52	4,17	3,99	4,17	4,62
	4,87	3,17	5,58	—	—	—

**ТАБЛИЦА 9. ПЛАСТИЧНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКОГО ЖЕЛЕЗА
В ЛИТОМ (ЧИСЛИТЕЛЬ) И ДЕФОРМИРОВАННОМ (ЗНАМЕНАТЕЛЬ)
СОСТОЯНИИ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ РАСТЯЖЕНИИ**

Плавка	Пластичность при температуре, °K (°C)					
	973 (700)	1073 (800)	1173 (900)	1273 (1000)	1373 (1100)	1473 (1200)
1	2,50	2,97	0,80	1,17	1,55	3,81
	4,80	5,06	3,34	3,84	4,06	3,81
2	0,71	1,05	0,37	0,41	0,84	1,19
	0,95	0,58	0,29	0,36	1,54	1,16
3	2,58	2,82	2,57	2,07	2,00	—
	3,44	3,64	2,72	2,82	2,25	—
4	3,01	3,47	0,70	0,57	2,05	—
	3,39	3,28	0,74	0,69	2,56	—
5	—	1,66	0,05	0,13	0,29	—
	—	—	—	—	—	—

Глава III

Замечания по поводу определения напряженного и деформированного состояний

Для расчета возможности разрушения в первую очередь необходимо некоторое аналитическое выражение — условие деформируемости. Далее расчету разрушения, например, по соотношению (2.6) должно предшествовать определение напряженно-деформированного состояния, а именно определение траектории движения частиц (линий тока), определение в каждой точке деформируемого тела интенсивности деформаций сдвига и показателя напряженного состояния.

Напряженно-деформированное состояние в указанном смысле можно определить с помощью уравнений механики сплошных сред (глава I), привлекая в зависимости от характера задачи либо метод характеристик, либо вариационные методы, либо даже экспериментальные методы. Сделаем ряд замечаний по поводу определения напряженно-деформированного состояния.

1. Общая трехмерная задача.

Граничные условия

Напряженно-деформированное состояние характеризуется шестью компонентами тензора напряжений, шестью компонентами тензора деформаций и тремя компонентами вектора перемещения или вектора скорости течения. Все эти неизвестные связаны между собой пятнадцатью уравнениями. Среди них три уравнения движения или «равновесия»:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} - \rho w_x &= 0, \\ \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

Здесь принято, что массовые силы отсутствуют или достаточно малы, а компоненты вектора ускорения

$$\left. \begin{aligned} w_x &= \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z}, \\ w_y &= \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z}, \\ w_z &= \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

В систему пятнадцати уравнений входят также шесть уравнений состояния

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \sigma + 2g_1(H) \xi_x, \quad \tau_{xy} = g_1(H) \eta_{xy}, \\ \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

и шесть геометрических уравнений связи компонентов вектора скорости течения с компонентами тензора скорости деформации:

$$\left. \begin{aligned} \xi_x &= \frac{\partial v_x}{\partial x}, & \eta_{xy} &= \frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y}, \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

Здесь считается, что материал деформируемого тела несжимаем и что функция $g_1(H)$ известна.

Решение задачи состоит в интегрировании дифференциальных уравнений (3.1), (3.3) и (3.4). Для этого, естественно, должны быть заданы граничные условия, а для нестационарных случаев еще и начальные условия.

Существенное отличие технологических задач обработки металлов давлением от других задач теории пластичности состоит в граничных условиях. В общем случае граница тела — замкнутая поверхность $K(x, y, z) = 0$, которая имеет три части: S_f , S_k и S_s . На S_f задана нагрузка, т. е. в каждой точке известен вектор силы $\vec{F}^*$, компоненты которого X_p , Y_p , Z_p . Например, такого рода частью будет свободная поверхность, на которой нормальные и касательные напряжения равны нулю. При гидростатическом прессовании поверхность S_f подвержена воздействию жидкости высокого давления. Следовательно, известно нормальное давление, а касательные напряжения на S_f достаточно малы и могут быть приняты равными нулю и т. д. На поверхности S_k для каждой точки задан вектор скорости $\vec{v}^*$ с компонентами v_x^* , v_y^* , v_z^* . К такого рода поверхностям относится зона так называемого «прилипания» на контактной поверхности с инструментом. В некоторых случаях зона прилипания простирается на всю контактную поверхность. Поверхностью типа S_k отделен «очаг деформации» от недеформирующейся части тела, когда скорость последнего задана (например, скорость волочения или скорость выдавливания).

Поверхность S_s отличается смешанными граничными условиями: на S_s частично заданы силы и частично скорости перемещения. Так же, как и в предыдущих случаях, на S_s должны быть заданы либо три компонента (проекции на координатные оси) векторов скорости или сил, либо связывающие их соотношения.

К категории поверхности S_s следует отнести в первую очередь контактную поверхность деформируемого тела с инструментом, на которой происходит скольжение. Движение инструмента задано (v_x^* , v_y^* , v_z^*), поэтому известна нормальная составляющая скорости движения металла, равная нормальной составляющей скорости внедрения инструмента:

$$v_p = v_p^* = v_x^* \frac{\partial \bar{K}}{\partial x} + v_y^* \frac{\partial \bar{K}}{\partial y} + v_z^* \frac{\partial \bar{K}}{\partial z}.$$

Здесь $\frac{\partial \bar{K}}{\partial x}$, $\frac{\partial \bar{K}}{\partial y}$, $\frac{\partial \bar{K}}{\partial z}$ — направляющие косинусы нормали к поверхности $K(x, y, z) = 0$, которые, как известно, пропорциональны соответственно $\frac{\partial K}{\partial x}$, $\frac{\partial K}{\partial y}$ и $\frac{\partial K}{\partial z}$.

Коэффициент пропорциональности c определяют из условия

$$c^2 = \left(\frac{\partial K}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial K}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial K}{\partial z} \right)^2.$$

Кроме того, по S_s действуют силы трения, закон изменения которых можно записать, например, так:

$$\vec{\tau} = \tau(p, v_s) \vec{i}, \quad (3.5)$$

где $\tau(p, v_s)$ — напряжение трения;

v_s — скорость относительного движения инструмента по обрабатываемому материалу;

p — напряжение нормального давления;

$\vec{i}$ — единичный вектор скольжения.

Несколько слов о трении между деформируемым материалом и инструментом, которое в процессах обработки давлением имеет большое значение. Изучение трения ведется давно. Леонардо да Винчи ввел первый феноменологический закон трения в виде

$$\tau = 0,25p.$$

За четыре с половиной столетия этот закон претерпел, к сожалению, небольшие изменения и применяется в расчетах в виде

$$\tau = fp \text{ или } \tau = \psi \tau_s (\tau = \mu \sigma_s), \quad (3.6)$$

где f , ψ и $\mu = \text{const}$ — коэффициенты трения. Эти выражения не могут обеспечить высокой точности решения задач о распределении напряжений и деформаций, особенно вблизи поверхности S_s .

К настоящему времени в многочисленных работах С. И. Губкина, И. М. Павлова, И. Я. Тарновского, Е. П. Унксова, А. П. Чекмарева и др. показано, что внешнее трение при обработке металлов давлением существенно отличается от трения скольжения, описываемого формулами (3.6). Например, замеры силы трения и нормального давления показывают, что даже в пределах одного очага деформации коэффициент трения существенно изменяется. Однако в обработке металлов давлением до сих пор не предложен новый и более правильный закон трения. Дальнейшее развитие работ Е. Н. Унксова [174], И. Я. Тарновского и А. Н. Леванова [157—159] и др. по одновременному определению сил трения и нормального давления при различных условиях деформирования может привести к формулировке такого закона.

Интересные опыты в этом направлении провел под руководством И. Я. Тарновского А. Н. Леванов [102]. Было установлено, что вид

эпюр касательных напряжений (сил трения) определяется кривой упрочнения металла. Показано, что силы трения могут превышать среднюю по объему величину сопротивления сдвигу τ_s , так как в процессе скольжения в тонком приконтактном слое происходят более интенсивная деформация и упрочнение металла. В связи с этим показана некоторая связь сил трения с величиной перемещения или скольжения u_s , которое вызывает упрочнение приконтактного слоя и тем больше, чем больше относительное перемещение. Микронеровности инструмента находятся в механическом зацеплении и в адгезионной связи с материалом изделия. Относительное перемещение или скольжение вызывает разрывы адгезионных связей и деформацию неровностей. Это приводит к упрочнению слоя толщиной, вероятно, соизмеримой с неровностями поверхности инструмента. Для материалов, проявляющих вязкие свойства, силы трения растут с увеличением скорости скольжения v_s . В то же время силы трения находятся в некоторой связи с удельным давлением p . Чем оно больше, тем сильнее происходит заполнение неровностей инструмента и тем значительней будут касательные напряжения трения.

На наш взгляд, исходя из такого представления о механизме трения, закон трения, который еще предстоит найти экспериментальным путем, можно записать в виде формулы (3.5). Кроме указанного в этой формуле, модуль напряжения трения еще должен зависеть от состояния контактных поверхностей, от вида фрикционных пар, смазки, температуры и, вероятно, истории скольжения. Формулы (3.6) можно считать первым приближением закона трения (3.5).

Смешанные граничные условия имеют место также на границе недеформируемой части тела и очага деформации, если на первую действуют заданные силы (натяжение или подпор).

Указанные граничные условия дают принципиальную возможность решить общую систему уравнений (3.1), (3.3) и (3.4). Однако эта задача большой сложности, не имевшая еще в достаточно сложном и важном для практики случае прецедента точного решения.

2. Плоская задача и метод линий скольжения¹

Ряд задач можно отнести к категории плоских или приближенно плоских. Плоское деформированное состояние отличается тем, что напряжения и деформации зависят лишь от двух переменных или, иными словами, скорости течения всюду в теле параллельны какой-либо плоскости (например, плоскости x о y). В этом случае система уравнений существенно упрощается. В частности, для плоского течения

$$\sigma = \sigma_z = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y). \quad (3.7)$$

¹ Подробней с плоской задачей и методом характеристик или линий скольжения можно познакомиться в книгах, например, А. Д. Томленова [170] и М. Я. Бровмана [27].

Для жестко-пластической среды интенсивность касательных напряжений постоянна и равна

$$T = \tau_s = 0,58\sigma_s. \quad (3.8)$$

В случае плоского деформированного состояния жестко-пластической среды система уравнений (3.1), (3.3) и (3.4) примет вид ¹

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0; \\ \sigma_x - \sigma_y &= 4 \frac{T}{H} \cdot \frac{\partial v_x}{\partial x}, \quad \sigma_y - \sigma_x = 4 \frac{T}{H} \cdot \frac{\partial v_y}{\partial y}, \\ \tau_{xy} &= \frac{T}{H} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right), \quad T^2 = \frac{1}{4} (\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2 = \tau_s^2. \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

Первые два и последнее уравнения системы (3.9) можно решать отдельно (три уравнения и три неизвестных). Если при этом граничные условия заданы в напряжениях, то поле напряжений определяется независимо от скоростей. Такие задачи называются статически определяемыми. Во всех остальных общих случаях задания граничных условий поле напряжений и скоростей следует искать одновременно.

Для решения системы уравнений (3.9) обычно вводят новые переменные σ и φ :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \sigma - \tau_s \sin 2\varphi, \\ \sigma_y &= \sigma + \tau_s \sin 2\varphi, \\ \tau_{xy} &= \tau_s \cos 2\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

Физический смысл σ очевиден, если подсчитать $1/2 (\sigma_x + \sigma_y)$. Формулы (3.10), как легко проверить, удовлетворяют условию пластичности (3.8). С помощью простых преобразований можно показать, что φ — это угол между площадкой максимальных касательных напряжений и направлением оси x .

Подставив (3.10) в уравнения равновесия в системе (3.9), дифференцируя первое уравнение по y , а второе по x , получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial x} - 2\tau_s \cos 2\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x} - 2\tau_s \sin 2\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial \sigma}{\partial y} + 2\tau_s \cos 2\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial y} - 2\tau_s \sin 2\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

Вычтя из первого уравнения (3.11) второе, сведем систему к одному квазилинейному уравнению второго порядка гиперболического типа

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - 2 \operatorname{ctg} 2\varphi \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + 4 \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} + 2 \operatorname{ctg} 2\varphi \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 - \\ - 2 \operatorname{ctg} 2\varphi \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 = 0. \end{aligned} \quad (3.12)$$

¹ Течение считается достаточно медленным.

Уравнение (3.12) имеет два ортогональных семейства характеристик $\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\varphi$ и $\frac{dy}{dx} = -\operatorname{ctg}\varphi$. Касательные к характеристикам совпадают с направлением максимальных касательных напряжений. Поэтому характеристики можно также называть линиями скольжения. Для решения задач очень важны дифференциальные соотношения вдоль характеристик.

Возвратимся к системе уравнений (3.11). Пусть имеются семейства характеристик α и β . Примем в данной точке тела оси координат x_1 и y_1 направленными по касательным к линиям α и β . Тогда в этой точке угол $\varphi = 0$ и уравнения (3.11) примут вид

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x_1} - 2\tau_s \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial \sigma}{\partial y_1} + 2\tau_s \frac{\partial \varphi}{\partial y_1} = 0 \quad (3.13)$$

или

$$\sigma \pm 2\tau_s \varphi = \text{const.}$$

Соотношение (3.13), указывающее на неизменность $\sigma \pm 2\tau_s \varphi$ вдоль линий α и $\sigma - 2\tau_s \varphi$ вдоль линий β , было выведено Генки. Уравнение (3.13) показывает, что показатель напряженного состояния в двух точках a и b , лежащих на одной линии скольжения, отличается на величину удвоенного угла между касательными к линиям в этих точках:

$$\left(\frac{\sigma}{T}\right)_a - \left(\frac{\sigma}{T}\right)_b = \pm 2(\varphi_a - \varphi_b). \quad (3.14)$$

Второе соотношение вдоль характеристик принадлежит Гейрингер и касается скоростей течения. Пусть в данной точке опять принята локальная система координат $x_1 y_1$. Тогда из уравнений (3.10) следует, что

$$\sigma_{x_1} = \sigma_{y_1} = \sigma.$$

В то же время, как видно из второй пары равенств в системе (3.9),

$$\frac{\partial v_{x_1}}{\partial x_1} = \frac{\partial v_{y_1}}{\partial y_1} = 0, \quad (3.15)$$

т. е. скорость растяжения вдоль характеристик равна нулю. Введем новые обозначения: u — скорость течения вдоль α линий, v — скорость течения вдоль β линий. Тогда можно записать

$$v_x = u \cos \varphi - v \sin \varphi, \quad v_y = u \sin \varphi + v \cos \varphi. \quad (3.16)$$

Подставив эти выражения в уравнения (3.15) и положив $\varphi = 0$, получим вдоль характеристик α и β соответственно

$$\left. \begin{aligned} du - v d\varphi &= 0, \\ dv + u d\varphi &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

Задачи о плоской деформации решаются либо путем элементарных построений линий скольжения, либо путем графических построений (подробно см. [170]), либо численными методами. Следуя

работам [74, 27], кратко изложим численные методы. При проведении расчетов приходится часто встречаться с тремя типами краевых задач: задачей Коши, задачей Римана и смешанной задачей.

Задача Коши. Задана дуга MN , а на ней нормальное и касательное напряжения σ_n и τ_n , а, следовательно, известны σ и φ (их просто вычислить).

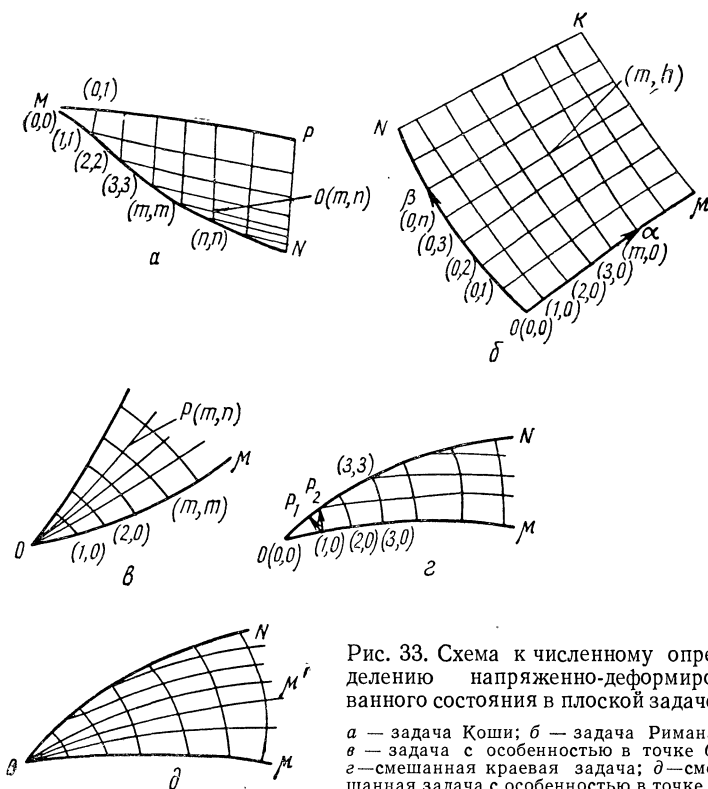


Рис. 33. Схема к численному определению напряженно-деформированного состояния в плоской задаче:

а — задача Коши; б — задача Римана; в — задача с особенностью в точке O ; г — смешанная краевая задача; д — смешанная задача с особенностью в точке O

Разбиваем дугу MN на ряд отрезков точками с индексами $(0,0)$, $(1,1)$, $(2,2)$ и т. д. Из каждой такой точки выходит по две характеристики (рис. 33, а). Определим σ и φ в точках пересечения характеристик. Возьмем произвольную точку $O(m, n)$, которая лежит на пересечении характеристик, проходящих через точки (m, m) и (n, n) на линии MN . Вдоль характеристик имеют место соотношения Генки (3.13), поэтому можно записать

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{m,m} + 2\tau_s\varphi_{m,m} &= \sigma_{m,n} + 2\tau_s\varphi_{m,n}, \\ \sigma_{n,n} - 2\tau_s\varphi_{n,n} &= \sigma_{m,n} - 2\tau_s\varphi_{m,n} \end{aligned} \right\}$$

В этих линейных алгебраических уравнениях неизвестны лишь $\sigma_{m,n}$ и $\varphi_{m,n}$ (остальные величины известны из краевых условий).

Решая эту систему уравнений, получим

$$\sigma_{m,n} = \frac{1}{2} (\sigma_{m,m} + \sigma_{n,n}) + \tau_s (\varphi_{m,m} - \varphi_{n,n}), \quad (3.18)$$

$$\varphi_{m,n} = \frac{1}{4\tau_s} (\sigma_{m,m} - \sigma_{n,n}) + \frac{1}{2} (\varphi_{m,m} + \varphi_{n,n}). \quad (3.18a)$$

Зная σ и φ , можно найти по формулам (3.10) все компоненты тензора напряжений в узлах сетки криволинейного треугольника MPN .

Теперь определим координаты узлов. Начнем расчет с точек, соседних к заданной границе MN . Рассмотрим, например, точку $(0,1)$. Дифференциальные уравнения характеристик заменим уравнениями в конечных разностях. Для характеристики, проходящей через точки $(0,0)$ и $(0,1)$, запишем

$$\frac{dy}{dx} \approx \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_{0,1} - y_{0,0}}{x_{0,1} - x_{0,0}} \approx \operatorname{tg} \varphi.$$

Значение φ на участке $(0,0) - (0,1)$ принимаем постоянными и равным среднему значению

$$\varphi = \frac{1}{2} (\varphi_{0,0} + \varphi_{0,1}).$$

Подобным образом можно в конечных разностях записать уравнение второй характеристики, которая соединяет точки $(0,1)$ и $(1,1)$. Получим два алгебраических уравнения линейных относительно искомых величин

$$\left. \begin{aligned} \frac{y_{0,1} - y_{0,0}}{x_{0,1} - x_{0,0}} &= \operatorname{tg} \frac{1}{2} (\varphi_{0,0} + \varphi_{0,1}), \\ \frac{y_{0,1} - y_{1,1}}{x_{0,1} - x_{1,1}} &= -\operatorname{ctg} \frac{1}{2} (\varphi_{0,1} + \varphi_{1,1}), \end{aligned} \right\}$$

из которых можно определить $x_{0,1}$ и $y_{0,1}$ — координаты точки $(0,1)$. Далее можно таким же образом определить координаты точек $(1,2)$, $(2,3)$ и т. д. для всего первого соседнего с MN ряда. Затем можно найти координаты точек второго ряда. Точка $(0,2)$ будет определена, если записать в конечных разностях уравнения характеристик, соединяющих ее с известными уже точками $(0,1)$ и $(1,2)$, координаты которых уже определены, и т. д.

Аналогично решается задача и для скоростей. Пусть на MN известны компоненты u , v . Тогда для точки $(0,1)$ можно записать вдоль характеристики, соединяющей точки $(0,1)$ и $(0,0)$, уравнение Гейрингер (3.17) в конечных разностях

$$u_{0,1} - u_{0,0} = v (\varphi_{0,1} - \varphi_{0,0}),$$

за величину v принимаем среднее значение

$$v = \frac{1}{2} (v_{0,1} + v_{0,0}),$$

Вдоль характеристики, соединяющей точки $(0,1)$ и $(1,1)$ $v_{0,1} - v_{1,1} = -\frac{1}{2}(u_{0,1} + u_{1,1})(\varphi_{0,1} - \varphi_{1,1})$. Из этих уравнений можно определить два неизвестных: $u_{0,1}$, $v_{0,1}$. Далее определяем скорости в точке $(1,2)$ и т. д. во всем ряду по соседству с линией MN . Затем таким же путем в следующем ряду. В общем случае для любой точки (m, n) система уравнений будет

$$u_{m,n} - u_{m-1,n} = \frac{1}{2}(v_{m,n} + v_{m-1,n})(\varphi_{m,n} - \varphi_{m-1,n}),$$

$$v_{m,n} - v_{m,n-1} = -\frac{1}{2}(u_{m,n} + u_{m,n-1})(\varphi_{m,n} - \varphi_{m,n-1}).$$

Следует заметить, что вдоль характеристик возможны разрывы скоростей, направленные по касательной к данной характеристике. Нормальная составляющая не может иметь разрывов. Так, например, вдоль характеристик α может терпеть разрыв скорость u и не может иметь разрыва скорость v , т. е. скорость u справа и слева от линии α может отличаться на конечную величину, а скорость v при переходе через линию α должна изменяться плавно.

Задача Римана. Даны две характеристики (рис. 33; б), пересекающиеся в точке O : $OM - \alpha$, $ON - \beta$. На характеристиках известны σ и φ . Разделим обе характеристики на некоторое число малых дуг точками $(0,0)$, $(1,0)$, $(2,0)$, $(3,0)$. . . на одной характеристике и $(0,0)$, $(0,1)$, $(0,2)$, $(0,3)$. . . на другой. Тогда точка с индексами (m, n) лежит на пересечении характеристик, проходящих через точки $(m, 0)$ и $(0, n)$. Вдоль $(0, n) - (m, n)$ имеет место соотношение

$$\sigma + 2\tau_s\varphi = \text{const},$$

а вдоль $(m, 0) - (m, n)$

$$\sigma - 2\tau_s\varphi = \text{const}.$$

Следовательно, можно записать

$$\sigma_{m,0} - 2\tau_s\varphi_{m,0} = \sigma_{m,n} - 2\tau_s\varphi_{m,n},$$

$$\sigma_{0,n} + 2\tau_s\varphi_{0,n} = \sigma_{m,n} + 2\tau_s\varphi_{m,n}.$$

Отсюда $\sigma_{m,n}$ и $\varphi_{m,n}$ можно выразить через граничные условия

$$\varphi_{m,n} = \frac{1}{2}(\varphi_{m,0} + \varphi_{0,n}) + \frac{1}{4\tau_s}(\sigma_{0,n} - \sigma_{m,0}), \quad (3.19)$$

$$\sigma_{m,n} = \frac{1}{2}(\sigma_{m,0} + \sigma_{0,n}) + \tau_s(\varphi_{0,n} - \varphi_{m,0}). \quad (3.19a)$$

После определения σ и φ во всех узлах сетки линий скольжения находим координаты узловых точек по методу, аналогичному опи-

санному выше. Начнем с точки (1,1). Для нее можно записать

$$\left. \begin{aligned} \frac{y_{1,1} - y_{0,1}}{x_{1,1} - x_{0,1}} &= \operatorname{tg} \frac{1}{2} (\varphi_{1,1} + \varphi_{0,1}), \\ \frac{y_{1,1} - y_{1,0}}{x_{1,1} - x_{1,0}} &= -\operatorname{ctg} \frac{1}{2} (\varphi_{1,1} + \varphi_{1,0}). \end{aligned} \right\}$$

Из этих уравнений просто определяются $y_{1,1}$ и $x_{1,1}$. Затем можно определить координаты (2,1) или (1,2) и т. д. Предпочтительнее определять последовательно точки вдоль одной характеристики, а потом переходить к следующей.

Если одна из данных линий скольжения прямая, то по теореме Генки все линии этого семейства в области $OMKN$ прямые, а линии второго семейства — кривые, им ортогональные — это существенно упрощает решение задачи. Бывают случаи, когда радиус кривизны одной из линий скольжения, например ON , стремится к нулю, в то время как $\varphi_N \neq \varphi_0$. Тогда точка O является особой точкой и все характеристики пересекаются в точке O . Можно сказать, что в условиях дана характеристика OM и особая точка O . Формулы (3.19) и (3.19а) сохраняют силу, но теперь $\varphi_{0,n}$ — угол между линиями OM и OP точке O , где P — данная точка (m, n) (рис. 33, в). Метод вычисления координат точек тот же, что и ранее. Поле, заданное линией OM и особой точкой O , можно продолжить на любой угол вокруг O , пока его не ограничат другие краевые условия.

Для скоростей течения обычно задаются нормальные компоненты скоростей на характеристиках. На OM задана величина v , на ON — u . Применением уравнений Гейрингер вдоль характеристик можно определить u на OM и v на ON . После этого, заменяя уравнения Гейрингер уравнениями в конечных разностях, определяют u , v в узлах сетки. Для точки (m, n) можно определить $u_{m,n}$, $v_{m,n}$, если уже известны u , v в точках $(m-1, n)$ и $(m, n-1)$. Формулы для вычислений совпадают с формулами, выведенными для задачи Коши.

Нормальная компонента скорости обязательно непрерывна, а тангенциальная, как уже указывалось, может иметь на характеристике разрыв, причем величина разрыва вдоль характеристики постоянна.

Смешанная задача. Дана линия скольжения OM (рис. 33, г), на которой известны σ и φ . Кроме того, задана линия ON , на которой известно только φ .

Линия OM разделяется на некоторое число дуг точками $(0,0)$, $(1,0)$, $(2,0)$, $(3,0)$ и т. д., которые определяют точки $(1,1)$, $(2,2)$, $(3,3)$ и т. д. на линии ON . Для этого из точки $(1,0)$ проведем линию β , соответствующую величине φ в $(1,0)$ — φ_0 , и определим точку P_1 ее пересечения с ON . Это первое приближение. Далее найдем φ_1 , соответствующее точке P_1 (φ на ON известно). Теперь проведем из $(1,0)$ линию, соответствующую $\varphi = \frac{1}{2} (\varphi_0 + \varphi_1)$, и найдем точку P_2 — второе приближение и соответствующее ей значение φ_2 . Далее про-

водим из точки $(1,0)$ отрезок, соответствующий $\varphi = \frac{1}{2} (\varphi_0 + \varphi_2)$ и т. д. Этот процесс повторяют, пока различие между последовательными приближениями станет достаточно малым.

В задачах этого типа уже нельзя независимо определить σ , φ , а потом координаты точек; расчет следует производить, определяя σ , φ , x , y одновременно. Также решается задача, если на ON дано не φ , а некоторое соотношение между σ и φ , например, если действует закон трения $\tau_n = f\sigma_n$.

Решение, конечно, значительно упрощается, если вдоль ON значение $\varphi = \text{const}$. Так как φ известно на OM и неизвестно на ON , то может оказаться, что величины φ на OM и ON в точке O равны, тогда имеет место поле, приведенное на рис. 33, г. Если эти величины неравны и направление линии α на кривой OM в точке O лежит внутри угла NOM , то точка O особая, этот случай показан на рис. 33, д. Если OM' вне угла NOM , то задача решения не имеет, т. е. данная область не может быть целиком пластической.

Относительно задачи для скоростей можно сказать следующее. Если на OM дан нормальный компонент v , а на ON соотношение между u , v $f(u, v) = 0$, то задача имеет решение, если O не является особой точкой. При численных расчетах применяются уже рассмотренные уравнения в конечных разностях. Например, для точки $(1,1)$ на ON :

$$v_{1,1} - v_{1,0} = -\frac{1}{2} (u_{1,1} + u_{1,0}) (\varphi_{1,1} - \varphi_{1,0});$$

$$f(u_{1,1}, v_{1,1}) = 0.$$

Часто функция f такова, что компонента скорости, нормальная к ON , равна нулю.

Рассмотренный кратко метод линий скольжения можно признать основным для анализа напряжений в плоском деформированном состоянии.

3. Принцип возможных изменений напряженного и деформированного состояний

Для анализа задач трехмерного течения наиболее приемлемыми являются вариационные методы. Не исключено, конечно, применение вариационных методов и для решения плоских задач. Как было указано в гл. 1 теория пластичности дает два вариационных принципа для расчета деформаций и напряжений [59, 72, 74]. Эти вариационные принципы (возможных изменений деформированного состояния и возможных изменений напряженного состояния) позволяют получить при помощи прямых методов, например метода Ритца, приближенные решения определенного круга технологических задач.

Первый принцип в этом случае интерпретируется так: из всех кинематически возможных скоростей $\vec{v}$ истинные скорости доста-

точно медленного движения без массовых сил частиц несжимаемого деформируемого тела объемом V , ограниченным поверхностью S , сообщают минимум функционалу

$$\int_V \left[\int_0^H g_1(\eta) \eta d\eta \right] dV - \int_{S_f} \vec{F}^* \vec{v} dS. \quad (3.20)$$

Здесь S_f — часть поверхности тела, на которой задана нагрузка $\vec{F}^*$ (на остальной части поверхности S_k задана скорость $\vec{v}^*$); $g_1(\eta)$ — известная характеристика для данного материала функция в формуле

$$T = g_1(H) H \quad (0 < g_1(H) \leq \mu_0, \quad g_1'(H) < 0).$$

Здесь T — интенсивность касательных напряжений;

H — интенсивность скоростей деформации сдвига.

Функционал (3.20) позволяет построить решение задачи в скоростях и определить деформированное состояние.

Для этих же граничных условий решение можно построить в напряжениях, если воспользоваться вторым принципом, согласно которому из всех статически возможных напряжений истинные напряжения сообщают минимум функционалу

$$\int_V \left[\int_0^T g_2(\tau) \tau d\tau \right] dV - \int_{S_k} \vec{F} \vec{v}^* dS. \quad (3.21)$$

Здесь $g_2(\tau)$ — известная функция из соотношения $H = g_2(T) T$, причем $g_2(T) \geq 1/\mu_0$, $g_2'(T) > 0$.

В более общем и часто встречающемся случае, который несомненно представляет интерес, поверхность тела $K(x, y, z) = 0$ имеет, кроме названных выше областей S_f и S_k , еще область задания смешанных граничных условий S_s , например область, на которой происходит скольжение обрабатываемого металла по поверхности инструмента. Движение инструмента известно (v_x^* , v_y^* , v_z^*), поэтому на S_s известна нормальная составляющая скорости деформируемого материала, которая равна нормальной составляющей скорости внедрения инструмента. Кроме того, на S_s действует некоторый физический закон трения, который можно записать в виде

$$\vec{\tau} = \tau(p, v_s) \vec{i}.$$

Здесь τ — напряжение трения;

v_s — скорость относительного движения инструмента по обрабатываемому материалу ($v_s \neq 0$);

p — напряжение нормального давления;

$\vec{i}$ — единичный вектор скольжения.

По-видимому, всегда имеют место неравенства

$$\partial \tau(p, v_s) / \partial v_s \geq 0, \quad \partial v_s(p, \tau) / \partial \tau > 0. \quad (3.22)$$

Первое неравенство предполагает проявление вязких свойств деформируемого материала или смазки, а второе обеспечивает существование обратной функции.

Для таких общих граничных условий затруднено решение задач при помощи принципов возможных изменений деформированного и возможных изменений напряженного состояния. Уравнения этих принципов не удастся выразить: первое только в скоростях, а второе — в напряжениях. Правда, из этого правила есть исключение, функционал (3.20) выражается только через скорости, если силы трения заданы по второй формуле (3.6), как известная доля от τ_s . Этим исключением определяется тот успех, который имеет применение вариационных принципов в теории обработки металлов давлением. Можно заметить, что во всех решенных вариационными методами задачах теории обработки металлов давлением по определению деформированного состояния, использовано условие трения $\tau = \psi \tau_s$ (ψ — известная величина). И это не случайно. Если усложнить условие трения, приняв его по первой формуле (3.6) в виде $\tau = f p$, как вариационный принцип возможных изменений деформированного состояния не позволит определить поле скоростей, так как в (3.20) войдет неизвестная функция p .

В этом общем случае задания граничных условий может быть применен принцип одновременных возможных изменений напряженного и деформированного состояния, который был предложен в работе [78] и подробно рассмотрен ниже.

Экстремальный принцип одновременного возможного изменения напряженного и деформированного состояний вытекает из начала виртуальных скоростей. Этот принцип может быть применен для решения технологических задач теории обработки металлов давлением в общей постановке. Ниже доказано необходимое и достаточное условие минимума функционала этого принципа, выведены дифференциальные уравнения и граничные условия.

Известно, что мощность внешних сил $\vec{F}(X_p, Y_p, Z_p)$ на действительных скоростях v_x, v_y, v_z равна мощности внутренних сопротивлений:

$$\int_V (\sigma_{xx} \xi_{xx} + \dots + \sigma_{xz} \xi_{xz}) dV - \int_S (X_p v_x + Y_p v_y + Z_p v_z) dS = 0, \quad (3.23)$$

где обозначено:

$$\xi_{xx} = v_{x,x} = \partial v_x / \partial x, \quad \dots, \quad \xi_{xz} = v_{x,z} = \partial v_x / \partial z + \partial v_z / \partial x;$$

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ — нормальные напряжения; $\sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}$ — касательные напряжения.

Рассмотрим независимо одно от другого кинематически возможное поле скоростей и статически возможное напряженное состоя-

ние. Пусть произвольное поле скоростей, удовлетворяющее кинематическим ограничениям (граничным условиям в скоростях и условию несжимаемости), отличается от действительного на бесконечно малые непрерывные дифференцируемые вариации $v'_x = v_x + \delta v_x$, $v'_y = v_y + \delta v_y$, $v'_z = v_z + \delta v_z$. Вариации компонентов скоростей деформации будут

$$\delta \xi_{xx} = \delta \delta v_x / \partial x, \dots, \delta \xi_{xz} = \delta \delta v_z / \partial x + \delta \delta v_x / \partial z. \quad (3.24)$$

Статически возможные напряжения пусть также отличаются от действительных напряжений на бесконечно малые дифференцируемые вариации $\sigma'_{xx} = \sigma_{xx} + \delta \sigma_{xx}$, $\dots$, $\sigma'_{xz} = \sigma_{xz} + \delta \sigma_{xz}$ и удовлетворяют внутри тела дифференциальным уравнениям равновесия:

$$\partial \sigma'_{xx} / \partial x + \partial \sigma'_{xy} / \partial y + \partial \sigma'_{xz} / \partial z = 0, \dots, \quad (3.25)$$

на поверхности — условиям Коши:

$$X'_p = \sigma'_{xx} \cos(p, x) + \sigma'_{xy} \cos(p, y) + \sigma'_{xz} \cos(p, z), \dots \quad (3.26)$$

и граничным условиям в напряжениях¹.

Вариации напряжений $\delta \sigma_{xx}$, $\dots$, $\delta \sigma_{xz}$ и вариации поверхностных сил δX_p , δY_p , δZ_p также удовлетворяют условиям равновесия (3.25) и (3.26).

Согласно началу виртуальной мощности [129], для статически возможных напряжений и кинематически возможных скоростей можено записать

$$\int_V (\sigma'_{xx} \xi'_{xx} + \dots + \sigma'_{xz} \xi'_{xz}) dV - \int_S (X'_p v'_x + Y'_p v'_y + Z'_p v'_z) dS = 0.$$

Из последнего уравнения, учитывая соотношение (3.23), получим следующее выражение для приращения функционала:

$$\begin{aligned} & \int_V (\sigma_{xx} \delta \xi_{xx} + \xi_{xx} \delta \sigma_{xx} + \delta \sigma_{xx} \delta \xi_{xx} + \dots + \sigma_{xz} \delta \xi_{xz} + \xi_{xz} \delta \sigma_{xz} + \\ & + \delta \sigma_{xz} \delta \xi_{xz}) dV - \int_S (X_p \delta v_x + v_x \delta X_p + \delta v_x \delta X_p + \dots + Z_p \delta v_z + \\ & + v_z \delta Z_p + \delta v_z \delta Z_p) dS = 0. \end{aligned}$$

Устремим вариации скоростей вместе с их первыми производными (3.24), а также вариации напряжений к нулю. Тогда для любой, достаточно медленно движущейся сплошной среды имеет место соотношение

$$\begin{aligned} & \int_V (\sigma_{xx} \delta \xi_{xx} + \xi_{xx} \delta \sigma_{xx} + \dots + \sigma_{xz} \delta \xi_{xz} + \xi_{xz} \delta \sigma_{xz}) dV - \\ & - \int_S (X_p \delta v_x + v_x \delta X_p + \dots + Z_p \delta v_z + v_z \delta Z_p) dS = 0. \end{aligned} \quad (3.27)$$

¹ Если условие трения дано в форме (3.5), то статически возможные напряжения могут ему не удовлетворять. Условие трения должно быть удовлетворено, если оно связывает только лишь напряжения, например, одной из формул (3.6),

Формула (3.27) — вариация (основная часть приращения) не- которого функционала, вызванная бесконечно малым статически возможным изменением напряженного состояния и одновременно бесконечно малым кинематически возможным изменением деформированного состояния около действительного поля напряжений и деформаций. Она равна сумме вариации этого функционала от изменения только напряжений около действительных (фиксированных) скоростей и вариации от изменения скоростей около действительных напряжений.

Для упомянутых выше технологических задач, т. е. для изотропной несжимаемой среды, для которой девиаторы напряжений и скоростей деформации сдвига подобны и коаксиальны, и общих граничных условий уравнение (3.27) можно конкретизировать так:

$$I_1 - I_2 - I_3 - I_4 = 0, \quad (3.28)$$

$$I_1 = \int_V (T \delta H + H \delta T) dV, \quad I_2 = \int_{\dot{S}_f} \vec{F}^* \delta \vec{v} dS, \quad I_3 = \int_{\dot{S}_k} \vec{v}^* \delta \vec{F} dS,$$

$$I_4 = \int_{S_s} (\tau_q \delta v_q + \tau_r \delta v_r + v_p^* \delta p + v_q \delta \tau_q + v_r \delta \tau_r) dS.$$

Здесь q и r — направления координатных линий на поверхности (для простоты принято, что эту поверхность можно «покрыть» ортогональной координатной сеткой); v и τ — соответствующие им компоненты скорости и напряжения трения.

Воспользуемся очевидными соотношениями

$$v_q = v_q^* - v_{sq}, \quad \delta v_q = -\delta v_{sq}; \quad v_r = v_r^* - v_{sr}, \quad \delta v_r = -\delta v_{sr}.$$

Здесь v_{sq} , v_{sr} — компоненты скольжения инструмента по обрабатываемому телу.

Тогда интеграл I_4 в (3.28) можно представить в следующем виде:

$$I_4 = \int_{S_s} [v_p^* \delta p + (v_q^* - v_{sq}) \delta \tau_q + (v_r^* - v_{sr}) \delta \tau_r - \tau_q \delta v_{sq} - \tau_r \delta v_{sr}] dS. \quad (3.29)$$

Используя физическое уравнение связи напряжения и скоростей деформации, а также условие трения (3.5), выразим множители при вариациях таким образом: напряжения — через скорости движения, а скорости — через напряжения. Тогда вариационное уравнение (3.28) с учетом равенства (3.29) примет такой вид¹:

¹ Если $\tau = \tau(p)$, то подынтегральное выражение в интеграле по S_s в уравнении (3.30) запишется так:

$$v_p^* \delta p + v_q \delta \tau_q + v_r \delta \tau_r - \frac{\tau(p)}{v_s} v_{sq} \delta v_{sq} - \frac{\tau(p)}{v_s} v_{sr} \delta v_{sr},$$

где вариации напряжений удовлетворяют условию $\tau = \widehat{\tau}(p)$.

$$\begin{aligned}
I = & \int_V [g_1(H) H \delta H + g_2(T) T \delta T] dV - \int_{S_f} \vec{F}^* \delta \vec{v} dS - \\
& - \int_{S_k} \vec{v}^* \delta \vec{F} dS - \int_{S_s} \left[v_p^* \delta p + \left(v_q^* - \frac{v_s(\tau, p)}{\tau} \tau_q \right) \delta \tau_q + \right. \\
& + \left. \left(v_r^* - \frac{v_s(\tau, p)}{\tau} \tau_r \right) \delta \tau_r - \frac{\tau(v_s, p)}{v_s} v_{sq} \delta v_{sq} - \frac{\tau(v_s, p)}{v_s} v_{sr} \delta v_{sr} \right] dS = 0 \quad (3.30) \\
& (\tau = + \sqrt{\tau_q^2 + \tau_r^2}, \quad v_s = + \sqrt{v_{sq}^2 + v_{sr}^2}).
\end{aligned}$$

Или, если вынести знак вариации из-под интеграла (пределы интегрирования заданы),

$$\begin{aligned}
\delta \left\{ \int_V \left[\int_0^H q_1(H) H dH + \int_0^T q_2(T) T dT \right] dV - \int_{S_f} \vec{F}^* \delta \vec{v} dS - \int_{S_k} \vec{v}^* \delta \vec{F} dS - \right. \\
- \int_{S_s} \left[v_p^* p + \int_0^{\tau_q} \left(v_q^* - \frac{v_s(\tau, p)}{\tau} \tau_q \right) d\tau_q + \int_0^{\tau_r} \left(v_r^* - \frac{v_s(\tau, p)}{\tau} \tau_r \right) d\tau_r - \right. \\
\left. \left. - \int_0^{v_{sq}} \frac{\tau(v_s, p)}{v_s} v_{sq} dv_{sq} - \int_0^{v_{sr}} \frac{\tau(v_s, p)}{v_s} v_{sr} dv_{sr} \right] dS \right\} = 0, \quad (3.31)
\end{aligned}$$

причем выражения в квадратных скобках варьируются только по верхним пределам интегралов. Уравнение (3.30) или (3.31) принципа возможных изменений напряженного и деформированного состояния означает, что из всех статически возможных напряжений и кинематически возможных скоростей действительному напряженно-деформированному состоянию соответствует экстремум функционала в фигурных скобках (необходимое условие).

Докажем достаточное условие минимума. Вторая вариация от объемного интеграла в уравнении (3.31) будет

$$\delta^2 \int_V [\dots] dV = \int_V \left[\frac{\partial T}{\partial H} (\delta H)^2 + \frac{\partial H}{\partial T} (\delta T)^2 + T \delta^2 H + H \delta^2 T \right] dV > 0, \quad (3.32)$$

так как для рассматриваемых сред

$$\partial T / \partial H \geq 0, \quad \partial H / \partial T > 0$$

и, как показано в работе Л. М. Качанова [74],

$$\delta^2 H \geq 0, \quad \delta^2 T \geq 0.$$

Очевидно следующее:

$$\left. \begin{aligned} -\delta^2 \int_{S_f} \vec{F}^* \vec{v} dS &= -\int_{S_f} (X_p^* \delta^2 v_x + Y_p \delta^2 v_y + Z_p \delta^2 v_z) dS = 0, \\ -\delta^2 \int_{S_k} \vec{v}^* \vec{F} dS &= -\int_{S_k} (v_x^* \delta^2 X_p + v_y^* \delta^2 Y_p + v_z^* \delta^2 Z_p) dS = 0, \end{aligned} \right\} \quad (3.33)$$

так как $\vec{F}^*$ и $\vec{v}^*$ не варьируются (они заданы), а $\vec{F}$ и $\vec{v}$ линейно выражаются через варьируемые компоненты v_x , v_y , v_z и σ_{ij} .

Вторая вариация интеграла по S_s в (3.31) с учетом того, что варьируются верхние пределы интегралов в квадратной скобке и $\delta^2 p = \delta^2 \tau_q = \delta^2 \tau_r = \delta^2 v_{sq} = \delta^2 v_{sr} = 0$, будет

$$\begin{aligned} -\delta^2 \int_{S_s} [\dots] dS &= \int_{S_s} \left[\left(\frac{\partial v_s(\tau, p)}{\partial \tau} \cdot \frac{\tau_q^2}{\tau^2} + v_s(\tau, p) \frac{\tau_r^2}{\tau^2} \right) \delta \tau_q^2 + \right. \\ &+ \left(\frac{\partial v_s(\tau, p)}{\partial \tau} \cdot \frac{\tau_r^2}{\tau^2} + v_s(\tau, p) \frac{\tau_q^2}{\tau^2} \right) \delta \tau_r^2 + \\ &+ \left(\frac{\partial \tau(v_s, p)}{\partial v_s} \cdot \frac{v_{sq}^2}{v_s^2} + \tau(v_s, p) \frac{v_{sr}^2}{v_s^3} \right) \delta v_{sq}^2 + \\ &\left. + \left(\frac{\partial \tau(v_s, p)}{\partial v_s} \cdot \frac{v_{sr}^2}{v_s^2} + \tau(v_s, p) \frac{v_{sq}^2}{v_s^3} \right) \delta v_{sr}^2 \right] dS > 0, \end{aligned} \quad (3.34)$$

так как v_s и $\tau > 0$, $\frac{\partial \tau}{\partial v_s} \geq 0$ и $\frac{\partial v_s}{\partial \tau} > 0$.

Итак, из соотношений (3.32), (3.33) и (3.34) вытекает достаточное условие минимума функционала в (3.31) принципа возможных изменений напряженного и деформированного состояний — вторая вариация положительна.

Выведем дифференциальные уравнения Эйлера—Остроградского и граничные условия рассматриваемого принципа. Известно, что всякое вариационное уравнение имеет эквивалентную систему дифференциальных уравнений. Какая же система дифференциальных уравнений эквивалентна принципу возможных изменений напряженного и деформированного состояний?

На экстремали наложены связи: на скорости — условие несжимаемости $G_1 = 0$, на напряжения — дифференциальные уравнения равновесия $G_2 = 0$, $G_3 = 0$, $G_4 = 0$.

Введем в уравнение (3.31) обозначения

$$\int_0^H g_1(H) H dH + \int_0^T g_2(T) T dT + \sum_{i=1}^4 \lambda_i G_i = \Phi,$$

$$\left. \begin{aligned} v_x + \delta v_x &= v_x + \alpha_1 \eta_1(x, y, z), \\ \sigma_{xx} + \delta \sigma_{xx} &= \sigma_{xx} + \alpha_4 \eta_4(x, y, z), \\ \sigma_{zx} + \delta \sigma_{zx} &= \sigma_{zx} + \alpha_9 \eta_9(x, y, z), \\ \lambda_4 + \delta \lambda_4 &= \lambda_4 + \alpha_{13} \eta_{13}(x, y, z), \end{aligned} \right\}$$

где λ_i — множители Лагранжа.

Тогда вариация функционала будет

$$\begin{aligned} & \int_V \left(\sum_{i=1}^{13} \Phi_{\alpha_i} \alpha_i \right) dV - \int_{S_f} \vec{F}^* \delta \vec{v} dS - \int_{S_k} \vec{v}^* \delta \vec{F} dS - \\ & - \int_{S_s} \left[v_p^* \delta p + \left(v_q^* - \frac{v_s(\tau, p)}{\tau} \tau_q \right) \delta \tau_q + \left(v_r^* - \frac{v_s(\tau, p)}{\tau} \tau_r \right) \delta \tau_r - \right. \\ & \left. - \frac{\tau(v_s, p)}{v_s} v_{sq} \delta v_{sq} - \frac{\tau(v_s, p)}{v_s} v_{sr} \delta v_{sr} \right] dS = 0. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Подсчитав частные производные Φ_{α_i} , применим для преобразования объемного интеграла формулу Гаусса—Остроградского. После этого вариационное уравнение (3.35) примет вид

$$\begin{aligned} & \int_V \left[-\delta v_x \left(\frac{\partial}{\partial x} \Phi_{v_x, x} + \frac{\partial}{\partial y} \Phi_{v_x, y} + \frac{\partial}{\partial z} \Phi_{v_x, z} \right) - \right. \\ & - \delta v_y (\dots) - \delta v_z (\dots) + \delta \sigma_{xx} \left(\Phi_{\sigma_{xx}} - \frac{\partial}{\partial x} \Phi_{\sigma_{xx}, x} \right) + \dots \\ & \dots + \delta \sigma_{xz} \left(\Phi_{\sigma_{xz}} - \frac{\partial}{\partial x} \Phi_{\sigma_{xz}, x} - \frac{\partial}{\partial z} \Phi_{\sigma_{xz}, z} \right) + \\ & \left. + \sum_{i=1}^4 \delta \lambda_i \Phi_{\lambda_i} \right] dV + \int_S \left\{ \delta v_x [\Phi_{v_x, x} \cos(p, x) + \Phi_{v_x, y} \cos(p, y) + \right. \\ & + \Phi_{v_x, z} \cos(p, z)] + \delta v_y [\dots] + \delta v_z [\dots] + \delta \sigma_{xx} \Phi_{\sigma_{xx}, x} \cos(p, x) + \dots \\ & \dots + \delta \sigma_{xz} [\Phi_{\sigma_{xz}, x} \cos(p, x) + \Phi_{\sigma_{xz}, z} \cos(p, z)] \left. \right\} dS - \\ & - \int_{S_f} \vec{F}^* \delta \vec{v} dS - \int_{S_k} \vec{v}^* \delta \vec{F} dS - \int_{S_s} \left[v_p^* \delta p + \right. \\ & + \left(v_q^* - \frac{v_s(p, \tau)}{\tau} \tau_q \right) \delta \tau_q + \left(v_r^* - \frac{v_s(\tau, p)}{\tau} \tau_r \right) \delta \tau_r - \\ & \left. - \frac{\tau(v_s, p)}{v_s} v_{sq} \delta v_{sq} - \frac{\tau(v_s, p)}{v_s} v_{sr} \delta v_{sr} \right] dS = 0. \end{aligned}$$

Здесь подстрочные индексы у Φ означают соответствующую частную производную, а $\sigma_{ij,n} = \partial \sigma_{ij} / \partial n$ ($n = x, y, z$).

В силу независимости вариаций и основной леммы вариационного исчисления [144] из последнего уравнения вытекают дифференциальные уравнения Эйлера—Остроградского и соответствующие граничные условия, которые после исключения множителей Лагранжа ($\lambda_1 = \sigma$, $\lambda_2 = v_x$, $\lambda_3 = v_y$, $\lambda_4 = v_z$) запишутся так:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[2g_1(H) \frac{\partial v_x}{\partial x} + \sigma \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[g_1(H) \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right] + \\ & \quad + \frac{\partial}{\partial z} \left[g_1(H) \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \right] = 0, \\ & \frac{\partial}{\partial x} \left[g_1(H) \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[2g_1(H) \frac{\partial v_y}{\partial x} + \sigma \right] + \\ & \quad + \frac{\partial}{\partial z} \left[g_1(H) \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \right] = 0, \\ & \frac{\partial}{\partial x} \left[g_1(H) \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[g_1(H) \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \right] + \\ & \quad + \frac{\partial}{\partial z} \left[2g_1(H) \frac{\partial v_z}{\partial z} + \sigma \right] = 0, \\ & \frac{1}{2} g_2(T) (\sigma_{xx} - \sigma) = \frac{\partial v_x}{\partial x}, \quad g_2(T) \sigma_{xy} = \frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y}, \\ & \frac{1}{2} g_2(T) (\sigma_{yy} - \sigma) = \frac{\partial v_y}{\partial y}, \quad g_2(T) \sigma_{yz} = \frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z}, \\ & \frac{1}{2} g_2(T) (\sigma_{zz} - \sigma) = \frac{\partial v_z}{\partial z}, \quad g_2(T) \sigma_{xz} = \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x}; \end{aligned} \right\} \quad (3.36)$$

$$\left. \begin{aligned} & \text{на } S_f \quad X_p(v) = X_p^*, \quad Y_p(v) = Y_p^*, \quad Z_p(v) = Z_p^*; \\ & \quad \text{на } S_k \quad v_x = v_x^*, \quad v_y = v_y^*, \quad v_z = v_z^*; \\ & \text{на } S_s \quad v_p = v_p^*, \quad \vec{v}_s = v_s(\tau, p) \vec{j}, \quad \vec{\tau}(v) = \tau(v_s, p) \vec{i}. \end{aligned} \right\} \quad (3.37)$$

Здесь $X_p(v)$, $Y_p(v)$, $Z_p(v)$, $\tau(v)$ — поверхностные напряжения, выраженные через скорости при помощи граничных условий Коши и физических уравнений связи напряжений и скоростей деформаций;

j — единичный вектор напряжения трения.

Сравним системы уравнений, с одной стороны (3.36), а с другой (3.1), (3.3), (3.4). Нетрудно убедиться, что эти системы эквивалентны.

Действительно, первые три уравнения в (3.36) — это уравнения равновесия, только напряжения выражены с помощью физических уравнений через скорости. Остальные шесть уравнений объединяют физические уравнения состояния и геометрические уравнения связи скорости течения с компонентами тензора скорости деформации.

Итак, принцип одновременных возможных изменений напряженного и деформированного состояний эквивалентен всем дифференциальным уравнениям теории пластичности и общим граничным условиям, характерным для задач обработки металлов давлением, о которых говорилось в п. 1 главы III. Следует отметить, что частными случаями рассматриваемого здесь вариационного принципа являются принцип возможных изменений деформированного состояния и принцип возможных изменений напряженного состояния. Действительно, если варьирование идет только по скоростям и $S_s = 0$, вариации по напряжениям равны нулю, то из (3.31) вытекает принцип, функционал которого (3.20). Если же варьируются только напряжения, то получаем принцип возможных изменений напряженного состояния.

В приведенном выше выводе вариационного принципа предполагалось, что течение достаточно медленное (инерционными силами можно пренебречь), а объем V и ограничивающие его поверхности заданы, т. е. фиксированы и не варьируются. Сделаем обобщение экстремального принципа одновременных возможных изменений напряженного и деформированного состояний на случай стационарных быстрых течений, когда объем V пластически деформируемой части тела и ограничивающая его поверхность S с составляющими S_k , S_s и S_f неизвестны — варьируемы.

Обобщение имеет большой практический смысл в связи с ростом скоростей деформации и возникновением новых способов обработки металлов давлением, изучение которых требует учета инерционных сил, а также в связи с тем, что как правило, пластической деформацией охвачена лишь часть изделия, называемая очагом деформации, очертания которой в общем случае неизвестны.

Рассмотрим произвольное кинематически возможное поле скоростей (удовлетворяющее граничным условиям на S_s и S_k в скоростях и условию несжимаемости). Оно отличается от действительного на бесконечно малые дифференцируемые вариации $v'_x = v_x + \delta v_x$, $v'_y = v_y + \delta v_y$, $v'_z = v_z + \delta v_z$. Вариации компонентов ускорения будут

$$\begin{aligned} \delta w_x = w'_x - w_x = v_x \frac{\partial \delta v_x}{\partial x} + \delta v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \\ + v_y \frac{\partial \delta v_x}{\partial y} + \delta v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial \delta v_x}{\partial z} + \delta v_z \frac{\partial v_x}{\partial z}, \dots \end{aligned}$$

Если скоро поверхность S с составляющими и объем очага деформации не фиксированы, то произвольному кинематически возможному полю скоростей будут соответствовать объем $V' = V + \delta V$ и поверх-

ность очага деформации $S' = S + \delta S$, а также новые направляющие косинусы $\cos'(p, x)$, $\cos'(p, y)$, $\cos'(p, z)$ нормали p к поверхности S .

После этого выберем произвольные, статически возможные напряжения, которые отличаются от действительных на бесконечно малые дифференцируемые вариации $\sigma'_{xx} = \sigma_{xx} + \delta\sigma_{xx}$, ..., $\sigma'_{xz} = \sigma_{xz} + \delta\sigma_{xz}$ и удовлетворяют внутри тела дифференциальным уравнениям движения

$$\partial\sigma'_{xx}/\partial x + \partial\sigma'_{xy}/\partial y + \partial\sigma'_{xz}/\partial z - \rho w'_x = 0, \dots,$$

а на поверхности — условиями Коши

$$X'_p = \sigma'_{xx} \cos'(p, x) + \sigma'_{xy} \cos'(p, y) + \sigma'_{xz} \cos'(p, z), \dots$$

и граничным условиям в напряжениях.

Согласно началу виртуальной мощности, можем записать для любого кинематически возможного поля скоростей и статически возможных напряжений

$$\begin{aligned} \int_{V'} (\sigma'_{xx} \xi'_{xx} + \dots + \sigma'_{xz} \xi'_{xz}) dV + \int_{V'} \rho (w'_x v'_x + \dots + w'_z v'_z) dV - \\ - \int_{S'} (X'_p v'_x + \dots + Z'_p v'_z) dS = 0. \end{aligned}$$

Это соотношение справедливо и для действительного напряженно-деформированного состояния. Значит, функционал в левой части уравнения имеет около действительного напряженно-деформированного состояния стационарное значение. Его вариацию — главную часть приращения можно записать, имея в виду малость δV и δS (это позволяет применить теорему о среднем) и пренебрегая бесконечно малыми второго порядка:

$$\begin{aligned} \int_V [\sigma_{xx} \delta \xi_{xx} + \xi_{xx} \delta \sigma_{xx} + \dots + \sigma_{xz} \delta \xi_{xz} + \xi_{xz} \delta \sigma_{xz} + \\ + \rho (w_x \delta v_x + v_x \delta w_x + \dots + w_z \delta v_z + v_z \delta w_z)] dV + \\ + \int_{\delta V} [\sigma_{xx} \xi_{xx} + \dots + \sigma_{xz} \xi_{xz} + \rho (w_x v_x + w_y v_y + w_z v_z)] dV - \\ - \int_S (X_p \delta v_x + v_x \delta X_p + \dots + Z_p \delta v_z + v_z \delta Z_p) dS - \\ - \int_{\delta S} (X_p v_x + Y_p v_y + Z_p v_z) dS = 0. \end{aligned} \quad (3.38)$$

В математическом анализе [39] известна формула первой вариации кратного интеграла по ограниченной области V , граница которой зависит от варьируемых параметров:

$$\delta \int_V F dV = \int_V \delta F dV + \int_S F \delta n dS,$$

где δn — бесконечно малое смещение точки поверхности S в направлении ее внешней нормали.

Пользуясь этой формулой, можно свернуть левую часть уравнения (3.38). Прежде, чем это сделать, проведем такие же, как при выводе уравнения (3.30), преобразования в первом и третьем интегралах уравнения (3.38). Тогда получим искомое вариационное уравнение принципа возможных изменений напряженного и деформированного состояний, обобщенного на стационарные быстрые течения с неизвестной протяженностью очага деформации:

$$\delta \left[I + \int_V \rho (w_x v_x + w_y v_y + w_z v_z) dV \right] = 0, \quad (3.39)$$

где I — функционал в фигурной скобке уравнения (3.31);
 ρ — плотность деформируемого материала.

Известным методом были получены дифференциальные уравнения Эйлера—Остроградского и граничные условия для вариационного уравнения (3.39). Ввели множители Лагранжа и обозначили

$$\int_0^H g_1(H) H dH + \int_0^T g_2(T) T dT + \\ + \rho (w_x v_x + w_y v_y + w_z v_z) + \sum_{i=1}^4 \lambda_i G_i = \Phi,$$

где $G_1 = 0$ условие несжимаемости; $G_2 = G_3 = G_4 = 0$ — дифференциальные уравнения движения. Осуществив выше приведенные выкладки, получили следующую полную систему дифференциальных уравнений теории пластического течения, соответствующую быстрому стационарному течению:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[2g_1(H) \frac{\partial v_x}{\partial x} + \sigma \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[g_1(H) \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[g_1(H) \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \right] - \rho w_x = 0, \\ & \frac{\partial}{\partial x} \left[g_1(H) \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[2g_1(H) \frac{\partial v_y}{\partial y} + \sigma \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[g_1(H) \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \right] - \rho w_y = 0, \\ & \frac{\partial}{\partial x} \left[g_1(H) \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[g_1(H) \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[2g_1(H) \frac{\partial v_z}{\partial z} + \sigma \right] - \rho w_z = 0, \\ & \frac{1}{2} g_2(T) (\sigma_{xx} - \sigma) = \frac{\partial v_x}{\partial x}, \quad g_2(T) \sigma_{xy} = \frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y}, \\ & \frac{1}{2} g_2(T) (\sigma_{yy} - \sigma) = \frac{\partial v_y}{\partial y}, \quad g_2(T) \sigma_{yz} = \frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z}, \\ & \frac{1}{2} g_2(T) (\sigma_{zz} - \sigma) = \frac{\partial v_z}{\partial z}, \quad g_2(T) \sigma_{xz} = \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x}. \end{aligned} \right\} \quad (3.40)$$

Обобщение принципа на быстрые течения и случаи, когда размеры очага деформации неизвестны, не изменило граничных условий. Они, как можно было ожидать, получились такими же, как формулы (3.37).

4. Приближенные вариационные методы подсчета напряжений и деформаций

Вариационные уравнения принципов возможных изменений деформированного состояния, напряженного состояния и одновременного возможного изменения напряженно-деформированного состояния сами по себе не уменьшают сложности решения конкретных задач. Действительно, вариационное уравнение (3.31) или (3.39) эквивалентно полной системе дифференциальных уравнений теории пластического течения (3.36) или (3.40). Вариационное уравнение принципа возможных изменений деформированного состояния и возможных изменений напряженного состояния эквивалентны соответственно решению дифференциальных уравнений равновесия в скоростях и решению уравнений неразрывности деформации, записанных в напряжениях. Вариационные уравнения удобны для построения приближенных решений задач. С помощью прямых методов вариационного исчисления [10, 67, 109] сводят вариационные уравнения к системам алгебраических (во всяком случае конечных) или обыкновенных дифференциальных уравнений. Рассмотрим прямые методы, нашедшие применение для решения технологических задач с помощью указанных выше трех принципов. Начнем с принципа возможных изменений деформированного состояния. Основной отличительной чертой почти всех имеющихся в теории обработки металлов давлением решений [163, 164 и др.] является приближенное представление функционала, которое основано на допущении о том, что силы трения заданы. Силы трения принимаются по второй формуле (3.6), коэффициент трения ψ назначается на основании опытных данных так, чтобы $\tau = \psi \tau_s$ давало некоторое усредненное для данной задачи значение сил трения на контактной поверхности с инструментом. Функционал принципа имеет вид

$$I_1 = \int_V \left[\int_0^H g_1(\eta) \eta d\eta \right] dV - \int_{S_f} \vec{F}^* \cdot \vec{v} dS + \\ + \psi \tau_s \int_{S_s} \left[\int_0^{v_{sq}} \frac{v_{sq}}{v_s} dv_{sq} + \int_0^{v_{sr}} \frac{v_{sr}}{v_s} dv_{sr} \right] dS. \quad (3.41)$$

Это выражение можно получить из (3.30) или (3.31), имея в виду, что напряжения не варьируются.

Из прямых методов в теории обработки металлов давлением наибольшее распространение получил метод Ритца. Искомые функ-

ции перемещений или скоростей, обеспечивающие экстремум функционалу (3.41), ищутся в виде

$$\left. \begin{aligned} v_x &= \sum_{i=1}^m a_i v_{xi}, \\ v_y &= \sum_{i=1}^n b_i v_{yi}, \\ v_z &= - \int \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) dz + \Phi(x, y). \end{aligned} \right\} \quad (3.42)$$

Здесь a_i и b_i — варьируемые коэффициенты;
 v_{xi} и v_{yi} — последовательности функций, называемых под-
ходящими или координатными.

Произвольная функция Φ определяется из граничных условий либо может быть задана также в виде ряда с варьируемыми параметрами. Выражения (3.42) должны отвечать граничным условиям задачи в скоростях. Равенства (3.42) автоматически удовлетворяют условию несжимаемости. В виде рядов может быть задана любая пара из v_x , v_y , v_z .

Если подставим выражения (3.42) в функционал (3.41), то сведем задачу к отысканию минимума функции конечного числа переменных, которая, как известно, решается путем совместного рассмотрения уравнений

$$\frac{\partial I_1}{\partial a_i} = 0 \quad (i = 1 \div m), \quad \frac{\partial I_1}{\partial b_i} = 0 \quad (i = 1 \div n). \quad (3.43)$$

Число уравнений в системе (3.43) равно числу искомых коэффициентов $m + n$. Для общего случая пластической деформации металла уравнения (3.43) нелинейны и их решение сильно усложняется с ростом числа варьируемых коэффициентов.

Не всегда при исследовании задач обработки металлов давлением удастся описать простыми координатными функциями с небольшим числом варьируемых коэффициентов сложный характер течения металла во всем объеме деформируемого тела, например, когда пластические деформации охватывают не весь объем тела или имеется резкая неравномерность деформации. В этом случае хорошие результаты получаются, если применить метод разрывных решений, по которому поле скоростей задается в виде разрывных функций. При этом поверхности разрывов выбираются из условия задачи (например, граница очага деформации с недеформирующимися внешними зонами при прокатке и т. д.), а разрывы принимаются лишь для составляющих скорости, которые лежат в плоскости, касательной к поверхности разрыва.

Для разрывных решений вариационное уравнение принципа возможных изменений деформированного состояния будет

$$\delta \left\{ I_1 + \sum_{j=1}^k \tau |v| dS \right\} = 0, \quad (3.44)$$

где k — число поверхностей разрыва;
 $|v|$ — скачок скорости на поверхности разрыва (абсолютная разность скоростей с разных сторон поверхности разрыва);
 τ — касательная составляющая напряжения вдоль вектора относительной скорости $|v|$.

Поверхности разрыва можно рассматривать как схематизацию слоя, в котором имеет место интенсивный сдвиг. Касательные напряжения τ в этом слое близки к максимальным касательным напряжениям или для идеально пластичного материала к сопротивлению на сдвиг τ_s .

Решая вариационное уравнение (3.44), можно определить методом Ритца разрывное поле скоростей, которое приближенно описет неравномерное распределение деформации в объеме тела.

При использовании даже метода разрывных решений не всегда удастся с помощью одного-двух варьируемых коэффициентов добиться требуемой степени точности при подробном изучении распределения деформаций в объеме тела. Для этого приходится увеличивать число коэффициентов. Упрощение решения нелинейной системы (3.43) можно получить, применяя метод последовательных приближений, предложенный Л. М. Качановым [72] и исследованный С. Н. Розе [137], или метод упругих или гидродинамических решений, предложенный А. А. Ильюшиным в работе [58] и развитый позже для вариационных методов [64].

Сущность этих методов заключается в приведении функционала, входящего в вариационное уравнение (3.20), к квадратичному виду. Это, как известно, значительно упрощает математический аппарат. В частности, при применении метода Ритца система (3.43) преобразуется в систему линейных алгебраических уравнений. Методы последовательных приближений позволяют сколько угодно точно учитывать реальные механические свойства деформируемых тел. В первом приближении в уравнении (3.20) функция $g_1(H)$ принимается постоянной величиной (какой-то усредненной по объему тела либо просто произвольной), называемой по аналогии с ньютоновской линейно-вязкой средой с коэффициентом вязкости μ . Это достигается прямыми методами решение квадратического функционала:

$$\frac{1}{2} \int_V \mu H^2 dV - \int_{S_f} \vec{F}^* \vec{v} dS = \min.$$

Найдя коэффициенты a_i и b_i из (3.43) и используя (3.42) и прочие геометрические выражения, вычислим функцию координат $q_1(H_1)$. Отличие разных методов последовательных приближений состоит в порядке вычисления величины $g_1(H_1)$. Внося новое значение g_1 в (3.20), ищем в том же виде (3.42) второе приближение для нового функционала:

$$\frac{1}{2} \int_V g_1(H_1) H^2 dV - \int_{S_f} \vec{F}^* \vec{v} dS = \min.$$

Функция $g_1(H_1)$ не содержит варьируемых коэффициентов. Подобным образом составляется третье приближение и т. д. От приближения к приближению лишь несколько усложняется вычисление определенных интегралов; само разложение имеет один и тот же вид (3.42).

Практика решений по методу гидродинамических приближений показывает, что уже первое приближение во многих случаях дает удовлетворительную для практических расчетов точность. Физический смысл первого приближения в теории течения заключается в наделении деформируемой среды свойствами линейной вязкости. Для расчетов технологических задач в ряде случаев применяется теория малых пластических деформаций. И в этом случае первое приближение дает сравнительно хорошие результаты. Физический же смысл первого приближения здесь заключается в том, что тело наделяется свойством квазиупругости или свойством нежесткой линейно упрочняющей среды [76].

После скоростей (3.42), найденное с помощью принципа возможных изменений деформированного состояния, удовлетворяет всем геометрическим условиям, а именно условию несжимаемости, условию неразрывности деформации и всем граничным условиям в скоростях. Условия равновесия и граничные условия в напряжениях удовлетворены лишь приближенно, но лучшим образом в выбранном классе подходящих функций. Напряжения по полю скоростей определить непосредственно нельзя. Действительно, уравнения состояния (1.29) после соответствующих вычислений будут содержать неизвестную величину σ .

Следует заметить, что метод последовательных приближений в описанном виде эффективно применим лишь для функционала (3.20). В случае же функционала (3.41) в целом не устраняется неквадратичность из-за нелинейности относительно варьируемых величин интеграла по S_s .

Приближенное решение вариационного уравнения принципа возможных изменений напряженного состояния, функционал которого (3.21), можно строить в следующем виде. Задаемся касательными напряжениями в виде рядов

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xy} &= \sum_{i=1}^p \bar{a}_i \tau_{xy}^{(i)}, \\ \tau_{yz} &= \sum_{i=1}^q \bar{b}_i \tau_{yz}^{(i)}, \\ \tau_{zx} &= \sum_{i=1}^p \bar{c}_i \tau_{zx}^{(i)}, \end{aligned} \right\} \quad (3.45)$$

где $\tau_{xy}^{(i)}, \tau_{yz}^{(i)}, \tau_{zx}^{(i)}$ — известные координатные функции;
 $\bar{a}_i, \bar{b}_i, \bar{c}_i$ — варьируемые коэффициенты.

На разложение (3.45) накладывается требование об удовлетворении соответствующих граничных условий заданных в силах. В отличие от известного в теории упругости метода П. Ф. Папковича [118] здесь не требуется, чтобы координатные функции были частными решениями дифференциальных уравнений равновесия. Эти уравнения удовлетворим, если примем нормальные напряжения:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= - \int \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) dx + \varphi_1(y, z), \\ \sigma_y &= - \int \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) dy + \varphi_2(x, z), \\ \sigma_z &= - \int \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \right) dz + \varphi_3(x, y). \end{aligned} \right\} \quad (3.46)$$

Часть произвольных функций $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ может быть определена из граничных условий, заданных в напряжениях, например отсутствие внешней нагрузки на свободной поверхности. Остальные произвольные функции могут быть представлены в виде отрезков рядов с варьируемыми коэффициентами либо определены из уравнений Эйлера—Остроградского. Поскольку в вариационное уравнение искомые функции $\sigma_x, \sigma_y, \dots, \tau_{zx}$ входят без производных, то уравнение Остроградского относительно произвольных функций будет не дифференциальным, а алгебраическим.

Подставив уравнения (3.45) и (3.46) в функционал (3.21), получим систему конечных уравнений, достаточную для определения $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ и φ . Возвращаясь после этого к уравнениям (3.45) и (3.46), получим приближенную картину напряженного состояния, которое лучшим образом удовлетворяет уравнениям неразрывности в выбранном классе координатных функций.

Функционал в уравнении (3.21) является неквадратичным вследствие нелинейности уравнений связи напряжений и деформаций. Для решения этого функционала можно применять метод последовательных приближений Л. М. Качанова [72, 73]. Существо этого метода состоит в следующем. Полагая в (3.21) в первом приближении $g_2(T) = \frac{1}{\mu}$, т. е. постоянным, сообщим функционалу квадратичную форму, для которой с помощью (3.45) и (3.46) находим напряжения, соответствующие линейно вязкой среде (или нежесткой линейно упрочняющейся среде в ТУПД). Для второго приближения функционал примет тоже квадратичную форму, так как напряжения и их интенсивность в первом приближении уже известны и, следовательно, известна функция $g_2(T_1)$, которая не содержит варьируемых коэффициентов. Подробней порядок вычисления $g_2(T_1), g_2(T_2)$ и т. д. будет показан при решении задач.

Расчеты по методу последовательных приближений трудоемки. В некоторых случаях, когда достаточна для решения вопроса не очень

точная картина напряженного состояния, можно ограничиться первым приближением. Есть возможность улучшить первое приближение. Если известно примерное распределение деформаций в теле (например, простая схема деформации тела или ранее было определено деформированное состояние), то с помощью кривой упрочнения можно коэффициент вязкости μ принять не постоянным, а зависящим определенным образом от координат.

Поле напряжений, выраженное формулами (3.45) и (3.46) и найденное с помощью принципа возможных изменений напряженного состояния, удовлетворяет дифференциальным уравнениям равновесия и всем граничным условиям, заданным в силах. Геометрические условия удовлетворяются лишь приближенно. По полю напряжений можно с помощью формул (1.29а) подсчитать поле скоростей деформаций и интенсивность деформации.

Как уже отмечалось, в ряде случаев для определения напряженно-деформированного состояния целесообразно пользоваться вариационным принципом одновременных возможных изменений напряженного и деформированного состояний (3.31). Приближенный метод решения в этом случае мало отличается от рассмотренных выше случаев. Поле скоростей принимается в форме (3.42), поле напряжений — в форме (3.45) и (3.46). Первое поле удовлетворяет всем геометрическим условиям, а второе — статическим. Подставив (3.42), (3.45) и (3.46) в (3.31), получим систему

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial a_i} &= 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m), \\ \frac{\partial I}{\partial b_i} &= 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n), \\ \frac{\partial I}{\partial a_i} &= 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, p), \\ \frac{\partial I}{\partial b_i} &= 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, q), \\ \frac{\partial I}{\partial c_i} &= 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, r), \end{aligned} \right\}$$

содержащую достаточное количество уравнений для определения варьируемых коэффициентов в выражениях (3.42), (3.45) и (3.46).

В литературе накоплен достаточно большой опыт применения для расчета формоизменения вариационного принципа возможных изменений деформированного состояния [38, 163, 164]. В работе [165] обобщена десятилетняя практика его применения и помещена подробная библиография. Принцип возможных изменений напряженного состояния применен в работах [48, 49, 81, 83—90, 136, 156].

Глава IV

Напряженно-деформированное состояние и разрушение при ковке и прокатке

В главе приведены результаты расчетов и экспериментального определения напряженного и деформированного состояний в различных технологических процессахковки и прокатки металлов. В ряде случаев сделаны прогнозы разрушения.

1. Некоторые кузнечно-штамповочные операции (плоские задачи)

Рассмотрим кузнечно-штамповочные операции: осадку заготовки с небольшим отношением поперечного размера к высоте (рис. 34), осадку прямоугольной заготовки с большим отношением поперечных размеров к высоте (рис. 35), осадку клиновидной заготовки (рис. 36), ковку полосы узкими бойками (рис. 37), внедрение плоского пуансона в пластическое полупространство (рис. 38). Полагаем, что во всех этих случаях имеет место плоское деформированное состояние.

Решение вопроса о напряженном состоянии заготовок прямоугольного поперечного сечения с любым отношением ширины к высоте было найдено В. В. Соколовским методом численного интегрирования [152]. Для этого решения ряд упрощающих положений был выдвинут А. Д. Томленовым. Следуя его работе [170], определим показатель напряженного состояния σ/T во всех точках заготовки¹.

В треугольных областях *I* и *IV* (рис. 34) сетка линий скольжения состоит из взаимно перпендикулярных прямых. Так как линии скольжения не искривляются, то показатель напряженного состояния в силу (3.14) одинаков во всех точках этих областей. Область *I* примыкает к свободной поверхности, на которой отсутствуют нормальное σ_x и касательное τ_{xy} напряжения, а так как $\sigma_y < 0$, то в области *I* $\sigma/T = -1$.

Рассмотрим линию скольжения *cd*. В точке *c* $\sigma/T = -1$. Касательные к линиям скольжения в точках *c* и *d* параллельны, следовательно, во всей области *IV* также $\sigma/T = -1$. Размер зоны *IV* А. Д. Томленов рекомендует определять так:

$$m = \frac{1}{2} \left[h - (b - h) \operatorname{tg} \frac{\pi + 2\alpha_0}{4} \right],$$

$$\alpha_0 = -0,535 + 0,600 \frac{b}{h} - 0,065 \left(\frac{b}{h} \right)^2.$$

¹ В силу симметрии рассмотрим ее четвертую часть.

В областях *II* и *III* сетка линий скольжения состоит из дуг концентрических окружностей и ортогональных к ним радиусов. Радиус $o'e$, определяющий общий центр окружностей для зоны *III*

$$o'e = \frac{b - 2m}{2\sqrt{2} \sin \alpha_0}.$$

Известно, что на части контактной поверхности, ограничивающей область *III*, показатель напряженного состояния меньше -1 . Это дает основание считать, что по мере движения от точки a до b показате

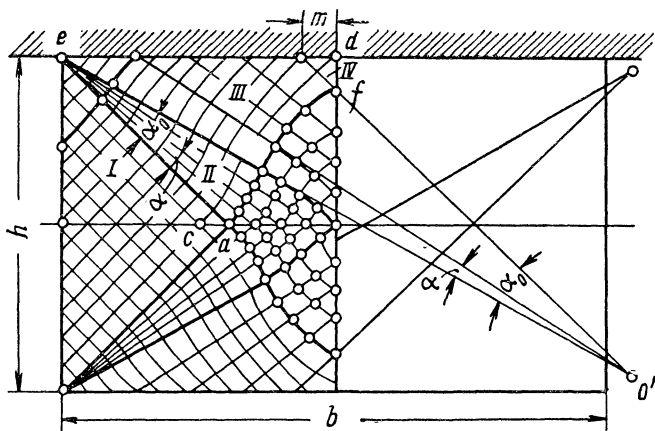


Рис. 34. Пластическое сжатие заготовок с небольшим отношением поперечных размеров к высоте

ль напряженного состояния уменьшается. Однако дальше точки b касательная к линии скольжения поворачивается в обратную сторону и в конечной точке f становится параллельной касательной в точке a .

Показатель напряженного состояния, как нетрудно в этом убедиться с помощью равенства (3.14), в точке b

$$(\sigma/T)_b = -1 - 2\alpha_0.$$

В точках между a и b он будет

$$\sigma/T = -1 - 2\alpha, \quad (4.1)$$

а в точках между b и f

$$\sigma/T = -1 - 2\alpha_0 + 2\alpha.$$

Показатель напряженного состояния на дугах $a-b$ и $b-f$ определяет σ/T во всей области *II* и *III*, так как вдоль прямых линий скольжения (в данном случае радиусов) $\sigma/T = \text{const}$. В области *V* решение можно сделать численным методом по известным данным вдоль круговых характеристик $a-b$ и $b-f$ (задача Коши).

Наиболее жесткое напряженное состояние при осадке заготовки имеет место в областях *I* и *IV*, а также в центральной части заготовки. Зона *IV* — это область затрудненной деформации и разрушение там, вероятно, не наступит даже при деформации малопластичного материала. На вопрос, где наиболее вероятно разрушение: в области *I* или в зоне *V*, однозначно ответить нельзя. Ответ можно дать лишь после подсчета степени деформации в этих местах заготовки. К сожалению, метод линий скольжения в случае нестационарных процессов формоизменения не позволяет подсчитать степень деформации. Как уже отмечали, поля скоростей могут иметь разрывы.

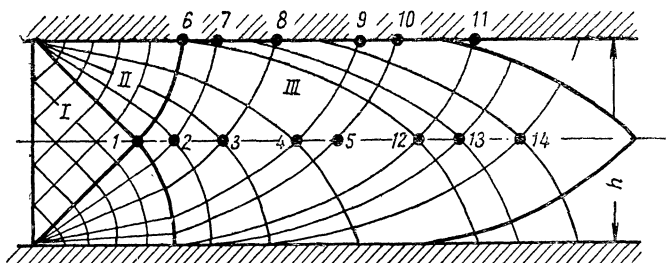


Рис. 35. Осадка прямоугольной заготовки с большим отношением поперечного размера к высоте

На линии разрыва степень деформации бесконечна, а это исключает оценку возможности разрушения. В действительности линия разрыва — это схематизированная область конечной толщины интенсивного сдвига. Для расчета степени деформации можно привлечь другие методы, например вариационный принцип возможного изменения деформированного состояния, приняв такой класс допустимых координатных функций в (3.42), который обеспечивает непрерывное поле скоростей.

Рассмотрим осадку шероховатыми бойками (трение максимально) заготовки с большим отношением поперечного размера к высоте (рис. 35). Во всей треугольной области *I* показатель напряженного состояния $\sigma/T = -1$. В области *II* с центрированным полем линий скольжения показатель напряженного состояния остается постоянным на радиальных линиях. Напряженное состояние во всей зоне *II* определено, если оно известно на дуге 1—6. Показатель напряженного состояния на этой дуге может быть подсчитан так же, как и в предыдущем случае, по формуле (4.1). В области *III* поле линий скольжения — два семейства циклоид. Первое семейство можно получить «перекачиванием» круга радиусом $h/2$ по верхнему штампу, а второе «перекачиванием» того же круга по нижнему штампу.

Так как на дуге 1—6 соотношение (3.14) имеет вид

$$k_a - k_b = -2(\varphi_a - \varphi_b),$$

то вдоль нисходящих циклоид в области *III* эта формула имеет в правой части иной знак, так как соответствующий пучок циклоид ортогонален дуге 1—6:

$$k_a - k_b = +2(\varphi_a - \varphi_b).$$

Пользуясь этими соображениями, а также тем, что на оси симметрии угол $\varphi = \pm\pi/4$, а на верхней контактной поверхности $\varphi = 0$ и $\pi/2$, можно просто подсчитать σ/T вдоль этих линий.

Для указанных на рис. 35 точек этот показатель имеет такие значения:

Точка	1	2	3	4	5	6	7
σ/T	-1,00	-1,76	-2,57	-3,35	-3,79	-2,57	-3,33
Точка	8	9	10	11	12	13	14
σ/T	-4,14	-4,82	-5,36	-5,71	-4,14	-4,90	-5,71

Координаты точек определить легко, если иметь в виду, что «перекатывание» круга при построении циклоид происходит без скольжения и расстояние между точками 6 и 11 равно $\frac{1}{4}\pi h$.

Для подсчета показателя напряженного состояния в произвольной точке и ее координат следует привлечь геометрические свойства циклоид.

Для случая осадки клиновидной заготовки поле линий скольжения изображено на рис. 36. Показатель напряженного состояния в зоне *I* $k_I = -1$, в зоне *II* он зависит от угла α :

$$k_{II} = -1 - 2\alpha.$$

Между зонами *I* и *II* находится центрированное поле круговых характеристик. Ниже ломаной линии 12345 имеется жесткая недеформируемая зона.

В приведенных выше случаях осадки самое жесткое значение $\sigma/T = -1$. Для того чтобы можно было сделать оценку возможности разрушения, необходимо знать пластичность металла при $\sigma/T = -1$ $(\Lambda_p)_{k=-1}$. Если степень деформации сдвига Λ , то условие осадки без разрушения в месте заготовки, где $\sigma/T = -1$, будет

$$\Lambda < (\Lambda_p)_{k=-1}.$$

Из последнего условия можно найти предельное значение обжатия.

Рассмотрим напряженное состояние при ковке полосы толщиной $2h$ узкими гладкими бойками, ширина которых $2l$ (рис. 37). Численное решение этой задачи имеется в работах В. В. Соколовского [152] и Р. Хилла [176]. Упрощенное, но достаточно точное решение задачи имеется у А. Д. Томленова [170]. Следуя этой ра-

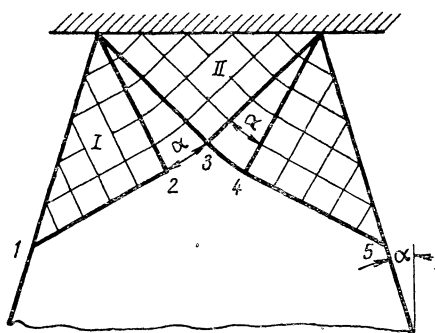


Рис. 36. Осадка клиновидной заготовки

боте, покажем порядок вычисления показателя напряженного состояния в области, охваченной пластической деформацией. Область имеет три характерные зоны. В зоне *I* сетки линий скольжения прямолинейна, в зоне *II* — центрированное поле круговых характеристик. В зоне *III* сетка линий скольжения не элементарна и строится приближенно, например графически или численно. Как следует из работы [170], показатель напряженного состояния в зоне *I* можно

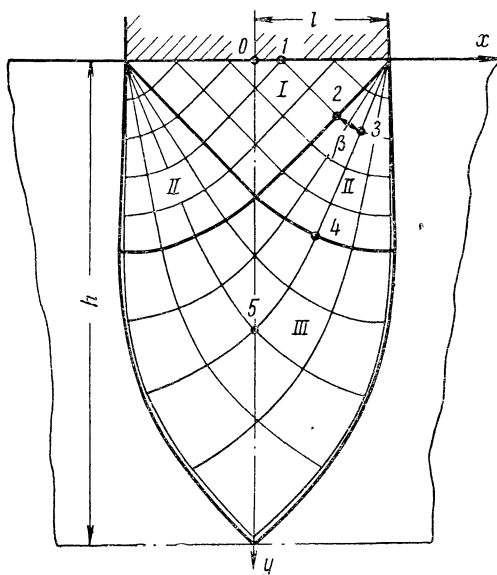


Рис. 37. Ковка полосы узкими бойками

подсчитать по следующим приближенным формулам ($\eta_0 = h/l$) при $0 < \eta_0 \leq 1$

$$(\sigma/T)_I = -1;$$

при $1 < \eta_0 \leq 3,64$

$$(\sigma/T)_I = 1 - \frac{1}{\eta_0} - 1,2\eta_0 + 0,08\eta_0^2;$$

при $3,64 < \eta_0 \leq 8,4$

$$(\sigma/T)_I = -1,6 + \frac{2}{\eta_0} - 0,4\eta_0 + 0,008\eta_0^2;$$

при $\eta_0 > 8,4$

$$(\sigma/T)_I = -4,14.$$

В центрированном поле *II* показатель напряженного состояния остается постоянным вдоль радиусов, например вдоль произвольного радиуса, проходящего через точки 3 и 4. Согласно (3.14), он равен

$$\frac{\sigma}{T} = \left(\frac{\sigma}{T} \right)_I + 2\beta. \quad (4.2)$$

Итак, формула (4.2) позволяет подсчитать σ/T в любой точке второй зоны. Пользуясь теоремой Генки и переходя по линиям скольжения

последовательно по точкам 1, 2, 3 и 4, получим для произвольной точки 5 формулу подсчета показателя:

$$\frac{\sigma}{T} = \left(\frac{\sigma}{T} \right)_I + 4\beta. \quad (4.3)$$

Относительную координату $\eta = y/l$ этой произвольной точки можно определить из уравнения

$$\beta = -0,535 + 0,6\eta - 0,065\eta^2, \quad (4.4)$$

если $\beta = 0 \div \frac{\pi}{4}$, или из уравнения

$$\beta = 0,15 + 0,2\eta - 0,007\eta^2, \quad (4.4a)$$

если $\beta = \frac{\pi}{4} \div \frac{\pi}{2}$. Центральный угол зоны II для конкретного случаяковки полосы можно получить из формул (4.4) и (4.4a), приняв $\eta = \eta_0$. Показатель напряженного состояния на линии скольжения 45° можно определить графически, соединив точки 4 и 5 линией по лекалу так, чтобы она пересекла ось y под углом $\pi/4$, а в точке 4 касательная к ней совпала с радиусом 3-4. Подсчитаем показатель напряженного состояния в центре полосы, в точке с координатами $x = 0, y = h$. По формуле (4.4) или (4.4a) найдем для $\eta = \eta_0 = h/l$ соответствующее этой точке значение β . Затем по формуле (4.3) определили показатель напряженного состояния:

$\eta_0 = h/l$	1	2	3	4	5	6	7	8
$\left(\frac{\sigma}{T} \right)_{\substack{x=0 \\ y=h}}$	-1,00	+0,02	+0,51	+0,79	+0,92	+1,03	+1,11	+1,15

Как видим, в центре полосы показатель напряженного состояния при $\eta_0 = 6 \div 8$ даже жестче, чем при растяжении в условиях плоского деформированного состояния. Центральная зона является одним из мест, где наиболее вероятно разрушение металла. Оно наступит тогда, когда степень деформации сдвига в этом месте достигнет Λ_p — значение пластичности, свойственное показателю напряженного состояния в центре полосы.

При $\eta_0 > 8,4$ пластическая деформация не проникает до середины полосы и имеет место задача о вдавливании гладкого штампа в пластическое полупространство. Схема этой задачи показана на рис. 38. Если $\gamma = 0$, то полупространство ограничено плоскостью, если $\gamma = \frac{\pi}{2}$, имеет место внедрение пуансона в полость. Поле линий скольжения в очаге деформации элементарно. В области III, так как она примыкает к свободной поверхности, $\sigma/T = -1$. Подсчет показателя напряженного состояния в области II, занятой центрированным полем, производится известным способом. Во всей области I показатель напряженного состояния одинаков и зависит от угла γ

$$\frac{\sigma}{T} = -1 - 2 \left(\frac{\pi}{2} + \gamma \right).$$

Здесь рассмотрены лишь некоторые задачи из технологии кузнечно-штамповочного производства. Подобным же образом можно обработать и использовать для оценки напряженного состояния с точки зрения разрушения все известные в литературе решения. К сожалению, как уже указывалось, полностью решить вопрос о разруше-

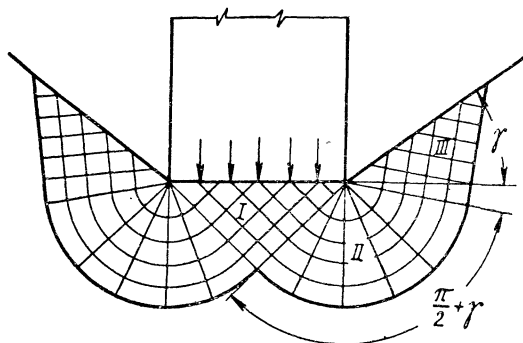


Рис. 38. Внедрение плоского пуансона в пластическое полупространство

нии, основываясь на этих решениях, не удастся, так как невозможно определить достоверно степень деформации в той или иной точке очага деформации. Ниже более полно решен этот вопрос с помощью вариационного принципа возможных изменений напряженного состояния.

2. Осадка

Рассмотрим плоскую задачу по определению напряженно-деформированного состояния при осадке [86, 87, 90]. Воспользуемся вариационным принципом [83—85, 88]. Так как в литературе имеется мало публикаций, разъясняющих практику применения принципа возможных изменений напряженного состояния и обобщенного принципа возможных изменений напряженного и деформированного состояний, выводы сделаем подробно. Рассмотрим сначала плоскую задачу.

Высокий параллелепипед подвергается осадке плоскими штампами (рис. 39). Имеет место плоское деформированное состояние, т. е.

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad \text{и} \quad \sigma_z = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y).$$

Скорость штампа $\bar{v}_p$. Рассмотрим случай, когда штампы шероховатые, а отношение h/b достаточно для того, чтобы на контактной поверхности было полное прилипание. Из литературы, например [153, 163, 174], известно, что прилипание охватывает всю контактную поверхность при $h/b > 0,5$. В опытах Е. П. Ункова образцы с $h/b > 0,5$ даже при осадке со смазкой не имели зоны скольжения. Итак, на контактной поверхности $\bar{v}_\tau = 0$, а касательные напряжения

не связаны законом трения скольжения. Условие (3.5) может быть использовано для проверки корректности постановки задачи. Действительно, если в результате решения на контактной поверхности будут получены касательные напряжения (силы трения покоя), превышающие силы трения движения в данных условиях (давление, шероховатость бойков, смазка), это будет свидетельствовать о том, что на части поверхности соприкосновения имеется участок скольжения, а не полное прилипание.

Вариационное уравнение принципа возможных изменений напряженного состояния (3.21) для рассматриваемой задачи будет ¹

$$\int_0^b \int_0^h g_2(T) T \delta T dx dy + \int_0^b \bar{v}_p \delta p dx = 0, \quad (4.5)$$

где

$$T = + \sqrt{\frac{1}{4} (\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2}, \quad p = \sigma_y|_{y=h}.$$

Ищем решение задачи в форме (3.45) и (3.46), которая с учетом граничного условия $\frac{\sigma_x}{x=b} = 0$ примет вид

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xy} &= \sum_{i=1}^m a_i \tau_{xy}^{(i)}, & \sigma_x &= \sum_{i=1}^m a_i \int_x^b \frac{\partial \tau_{xy}^{(i)}}{\partial y} dx, \\ \sigma_y &= - \sum_{i=1}^m a_i \int \frac{\partial \tau_{xy}^{(i)}}{\partial x} dy + c\varphi(x). \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

При этом функция $\varphi(x)$ будет определена из первого приближения метода последовательных приближений Л. М. Качанова и форма (4.6) сохранена для составления решения со сложным упрочнением. Для n последовательного приближения вариационное уравнение будет ($g_2(T_{n-1}) \neq \text{var}$)

$$\delta \left\{ \int_0^b \int_0^h g_2(T_{n-1}) \left[\frac{1}{4} (\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2 \right] dx dy + 2\bar{v}_p \int_0^b (\sigma_y)_{y=h} dx \right\} = 0. \quad (4.7)$$

Подставим в (4.7) компоненты напряжений (4.6). Варьирование осуществляется по m параметрам a_i и по c . Тогда из (4.7) вытекают следующие канонические уравнения для осадки прямоугольной пла-

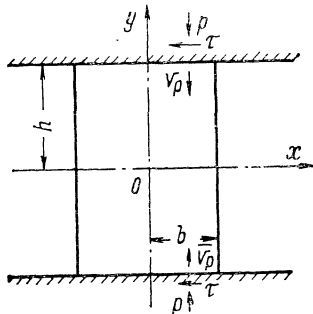


Рис. 39. Осадка высокого параллелепипеда в условиях плоского деформированного состояния и полного прилипания

¹ Заметим, что если скорость $\bar{v}_p$ направлена внутрь тела, то она имеет знак минус.

стины при полном прилипании

$$\left. \begin{aligned} & \left. \begin{aligned} & \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ & \sum_{i=1}^m \alpha_{ij} a_i - \beta_j c = \delta_j, \\ & \dots \dots \dots \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} m \text{ уравнений} \\ & \sum_{i=1}^m \beta_i a_i - \alpha c = \delta, \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

где обозначено

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{ij} &= \int_0^b \int_0^h g(T_{n-1}) \left[\left(\int_x^b \frac{\partial \tau_{xy}^{(i)}}{\partial y} dx + \int \frac{\partial \tau_{xy}^{(i)}}{\partial x} dy \right) \left(\int_x^b \frac{\partial \tau_{xy}^{(j)}}{\partial y} dx + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \int \frac{\partial \tau_{xy}^{(j)}}{\partial x} dy \right) + 4 \tau_{xy}^{(i)} \tau_{xy}^{(j)} \right] dx dy; \\ \beta_j(i) &= \int_0^b \int_0^h g_2(T_{n-1}) \left(\int_x^b \frac{\partial \tau_{xy}^{(i)}}{\partial y} dx + \int \frac{\partial \tau_{xy}^{(i)}}{\partial x} dy \right) \varphi(x) dx dy; \\ \delta_j &= 4 \bar{v}_p \int_0^b \left(\int \frac{\partial \tau_{xy}^{(j)}}{\partial x} dy \right)_{y=h} dx; \\ \alpha &= \int_0^b \int_0^h g_2(T_{n-1}) [\varphi(x)]^2 dx dy; \quad \delta = 4 \bar{v}_p \int_0^b \varphi(x) dx; \\ \varphi(x) &= -4\mu \frac{\bar{v}_p}{h} + \frac{1}{h} \sum_{i=1}^m \alpha_i^{(1)} \int_0^h \left[\int \frac{\partial \tau_{xy}^{(i)}}{\partial x} dy + \int_x^b \frac{\partial \tau_{xy}^{(i)}}{\partial y} dx \right] dy. \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

В формулах (4.9) от приближения к приближению меняется лишь $g_2(T_{n-1})$. Вариационная задача свелась к последовательному решению системы линейных алгебраических уравнений (4.8), в которой от приближения к приближению изменяются коэффициенты α и β .

Как отмечает Л. М. Качанов, расчет варьируемых параметров по принятому методу последовательных приближений можно строить даже для опытной кривой Т—Н. Однако, чтобы получить по возможности более общее решение задачи, справедливое для различных материалов и температурно-скоростных условий деформирования, аппроксимируем кривую упрочнения степенной формулой, например

$$H = g_2(T) T = AT^3. \quad (4.10)$$

Параболой третьей степени удается иногда удовлетворительно аппроксимировать опытные данные. В качестве примера на рис. 40 представлены кривые упрочнения для стали марки 45 при температуре 1373° К (1100° С) и степени деформации $\varepsilon = 20\%$ ¹ и график функции

$$H = 0,15T^3,$$

а также для свинца при комнатной температуре и скорости деформации 0,005—0,010 1/сек и график функции

$$\Gamma = 0,18T^3.$$

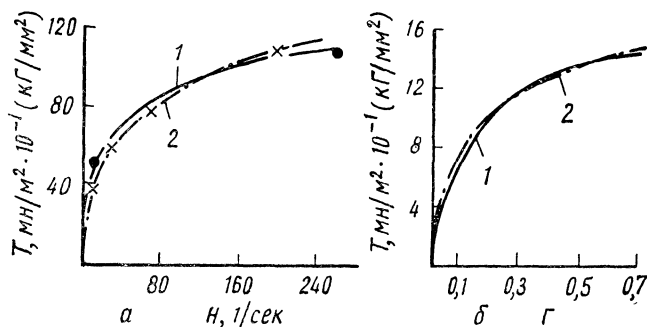


Рис. 40. Кривые упрочнения для стали марки 45 при температуре 1373° К (1100° С) и степени деформации $\varepsilon = 20\%$ (а), для свинца при комнатной температуре и скорости деформации 0,005—0,010 1/сек (б);

1 — опытные данные; 2 — аппроксимация

С учетом (4.10) функция $g_2(T_{n-1})$, согласно методу Л. М. Качанова, запишется

$$g_2(T_{n-1}) = A^{1/3} \left(\frac{T_{n-1}}{\mu_{n-1}} \right)^{2/3}, \quad (4.11)$$

в первом приближении она принимается постоянной, что отвечает линейно вязкой среде.

Для того чтобы составить решение в форме (4.6) с минимальным числом параметров, необходимо по возможности удачней подобрать подходящие функции $\tau_{xy}^{(i)}$, максимально используя экспериментальный материал.

Е. П. Унков подробно исследовал процесс осадки полос в условиях плоской деформации. Эксперименты показали, что в зоне прилипания при осадке сравнительно низких полос касательные напряжения на контактной поверхности резко снижаются и на оси симметрии обращаются в нуль. В случае, когда имеется полное прилипание, касательные напряжения имеют максимум у кромки образца. Об изменении касательного напряжения по высоте образца данных нет, кроме замкнутого решения Л. Прандтля для низких полос из

¹ См. стр. 152 работы [162].

идеально пластического материала, согласно которому касательные напряжения изменяются по высоте по линейному закону.

Прежде чем решить поставленную задачу, было составлено вспомогательное решение для линейно вязкой среды по методу Л. В. Канторовича. Оно помогло подобрать подходящие функции $\tau_{xy}^{(i)}$ в (4.6) и представить отрезок ряда так:

$$\tau_{xy} = a_1 \frac{x}{b} \left(1 - \frac{x^{10}}{b^{10}}\right) \frac{y}{h} + a_2 \frac{x}{b} \left(1 - \frac{x^{10}}{b^{10}}\right) \frac{y^3}{h^3}. \quad (4.12)$$

Здесь координатные функции, входящие в канонические уравнения, имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xy}^{(1)} &= \frac{x}{b} \left(1 - \frac{x^{10}}{b^{10}}\right) \frac{y}{h}, \\ \tau_{xy}^{(2)} &= \frac{x}{b} \left(1 - \frac{x^{10}}{b^{10}}\right) \frac{y^3}{h^3}. \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

Первоначально решаем задачу в первом приближении. Подставив $g_2(\Gamma) = \frac{1}{\mu} = \text{const}$ и (4.13) в (4.9), а последние в (4.8) и, имея в виду, что $c^{(1)} = 1$, получим значения функции $\varphi(x)$ и коэффициентов $a_1^{(1)}$ и $a_2^{(1)}$:

$$\begin{aligned} \varphi(x) = & -4\mu \frac{\bar{v}_p}{h} + \frac{5}{12} \cdot \frac{b}{h} (a_1^{(1)} + a_2^{(1)}) \left(1 - \frac{6}{5} \cdot \frac{x^2}{b^2} + \frac{1}{5} \cdot \frac{x^{12}}{b^{12}}\right) + \\ & + \frac{1}{6} \cdot \frac{h}{b} (a_1^{(1)} + 0,3a_2^{(1)}) \left(1 - 11 \frac{x^{10}}{b^{10}}\right), \end{aligned}$$

$$a_1^{(1)} = \frac{56,626 \frac{h}{b} + 24,808 \frac{h^3}{b^3} - 69,568 \frac{b}{h}}{0,1828 \frac{h^6}{b^6} + 3,595 \frac{h^4}{b^4} + 9,324 \frac{h^2}{b^2} + 20,165} \mu \frac{\bar{v}_p}{h},$$

$$a_2^{(1)} = \frac{62,019 \frac{h^3}{b^3} + 91,473 \frac{h}{b}}{0,1828 \frac{h^6}{b^6} + 3,595 \frac{h^4}{b^4} + 9,324 \frac{h^2}{b^2} + 20,165} \mu \frac{\bar{v}_p}{h}.$$

Составили более высокие приближения по Качанову, приняв степенной закон упрочнения (4.10). Интегралы (4.9) были вычислены по методу Гаусса. Чтобы проследить быстроту сходимости метода Л. М. Качанова в данной задаче, для $\frac{b}{h} = 0,5$ составили 5 приближений. Интегралы были взяты для четырех точек Гаусса по x и четырех по y . Результаты подсчета варьируемых параметров приведены в табл. 10.

Существенная разница наблюдается между первым и вторым приближениями; второе приближение отличается от первого на 25—40%. К пятому приближению изменение параметров невелико, разница

ТАБЛИЦА 10. ЗНАЧЕНИЯ ВАРИРУЕМЫХ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ $b/h = 0,5$
И РАЗЛИЧНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ МЕТОДА Л. М. КАЧАНОВА

№ приближения	a_1	a_2	c
1	$2,186 \xi \mu$	$-5,361 \xi \mu$	1,000
2	$1,159 (\xi/A)^{1/3}$	$2,786 (\xi/A)^{1/3}$	$0,599 (\xi/A)^{1/3} \frac{1}{\mu \xi}$
3	$1,070 (\xi/A)^{1/3}$	$-2,536 (\xi/A)^{1/3}$	$0,596 (\xi/A)^{1/3} \frac{1}{\mu \xi}$
4	$1,022 (\xi/A)^{1/3}$	$-2,405 (\xi/A)^{1/3}$	$0,595 (\xi/A)^{1/3} \frac{1}{\mu \xi}$
5	$0,990 (\xi/A)^{1/3}$	$-2,355 (\xi/A)^{1/3}$	$0,597 (\xi/A)^{1/3} \frac{1}{\mu \xi}$

между четвертым и пятым приближениями составляет 1—3%. Третье приближение отличается от пятого не больше чем на 8%. Решение в дальнейшем продолжим для третьего приближения.

На ЭВМ для различных отношений ширины параллелепипеда к высоте были определены в третьем приближении варьируемые параметры a_1 , a_2 и c . Интегралы вычислили для 10 фиксированных точек Гаусса по каждой из переменных.

Значения параметров приведены на рис. 41. Здесь обозначено $\frac{\bar{v}_p}{h} = \xi$.

Таким образом, получили решение постоянной задачи — формулы для расчета напряжений при осадке высокого параллелепипеда в условиях плоского деформированного состояния и полного прилипания:

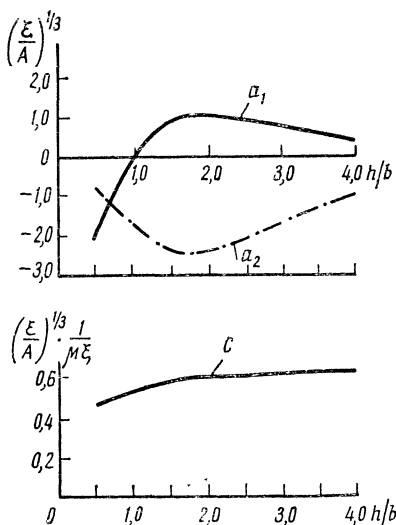


Рис. 41. Значения варьируемых коэффициентов a_1 , a_2 и c для различных отношений h/b , вычисленных в третьем приближении по интегральному методу Л. М. Качанова

$$\left. \begin{aligned}
 \tau_{xy} &= \left(a_1^{(3)} + a_2^{(3)} \frac{y^2}{h^2} \right) \frac{y}{h} \cdot \frac{x}{b} \left(1 - \frac{x^{10}}{b^{10}} \right), \\
 \sigma_x &= \frac{5}{12} \cdot \frac{b}{h} \left(a_1^{(3)} + 3a_2^{(3)} \frac{y^2}{h^2} \right) \left(1 - \frac{6}{5} \cdot \frac{x^2}{b^2} + \frac{1}{5} \cdot \frac{x^{12}}{b^{12}} \right), \\
 \sigma_y &= -\frac{1}{4} \cdot \frac{h}{b} \left(2a_1^{(3)} + a_2^{(3)} \frac{y^2}{h^2} \right) \frac{y^2}{h^2} \left(1 - 11 \frac{x^{10}}{b^{10}} \right) + \\
 &+ c^{(3)} \left[-4\mu \frac{\bar{v}_p}{h} + \frac{5}{12} \cdot \frac{b}{h} (a_1^{(1)} + a_2^{(1)}) \left(1 - \frac{6}{5} \cdot \frac{x^2}{b^2} + \frac{1}{5} \cdot \frac{x^{12}}{b^{12}} \right) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{6} \cdot \frac{h}{b} (a_1^{(1)} + 0,3a_2^{(1)}) \left(1 - 11 \frac{x^{10}}{b^{10}} \right) \right].
 \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

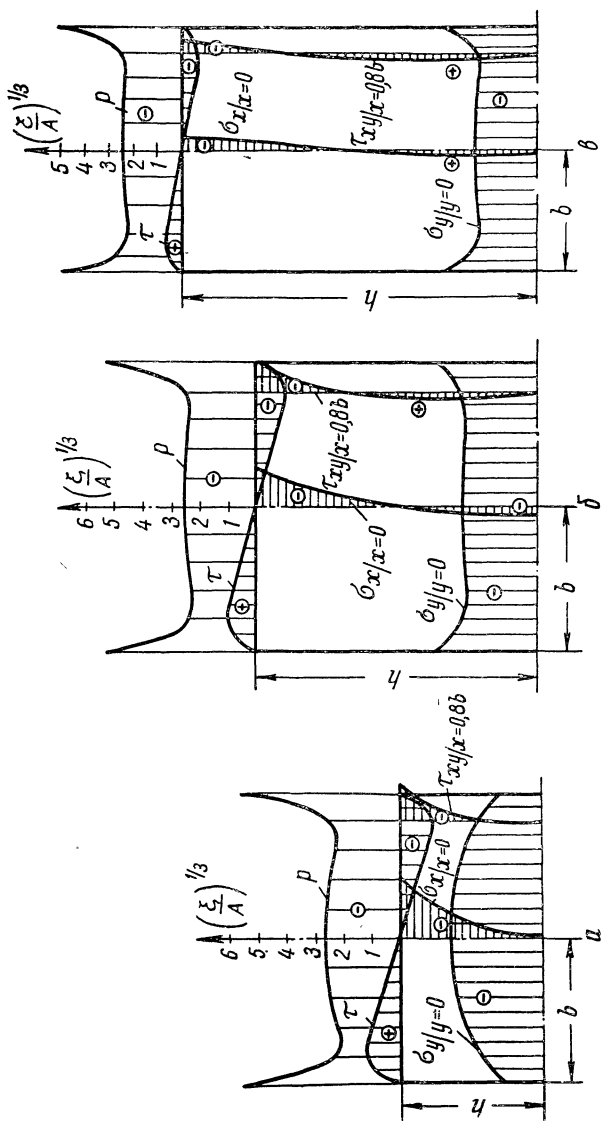


Рис. 42. Эпюры напряжений при осадке заготовок с отношением $h/b = 1$ (а), 2 (б) и 3 (в)

По этим формулам для $\frac{h}{b} = 1,0; 2,0$ и $3,0$ были подсчитаны напряжения и построены эпюры (рис. 42). С увеличением высоты параллелепипеда значения напряжений σ_x и τ_{xy} уменьшаются, но характер изменения по высоте почти не меняется. При $\frac{h}{b} > 2,0$ большая часть объема деформируемой полосы находится в условиях, близких к однородной деформации. Для высоких полос характерно, что τ_{xy} в интервале изменения y от 0 до h меняет свой знак. Это свидетельствует об известном из опытов двойном бочкообразовании при осадке высоких тел, когда выпучиваются грани в двух местах, примыкающих к бойкам. Вследствие этого двойного бочкообразования в средних объемах тела возникают небольшие растягивающие напряжения σ_x .

Следует заметить, что приведенное здесь решение, конечно, не точно, так как было взято ограниченное число членов суммы для τ_{xy} в (4.6), было составлено лишь третье приближение по методу последовательных приближений, приближенно были вычислены интегралы. Все это требует экспериментальной проверки полученных результатов расчета напряжений хотя бы в отдельных местах деформируемого тела. Экспериментальным путем с помощью метода координатных сеток определили девиатор напряжений в высоком свинцовом параллелепипеде при его осадке в условиях полного прилипания и плоского деформированного состояния. Такая проверка в нашем случае является единственным средством оценки правильности расчета.

Из слитков свинца ковкой и последующей механической обработкой были изготовлены длинные составные параллелепипеды с размерами (по высоте и ширине): 60×60 ; 120×60 и 174×60 мм. На плоскость стыка $ABCD$ (рис. 43) тонко заточенным резцом на фрезерном станке наносилась квадратная координатная сетка. База сетки была $a_0 = 3$ мм, а толщина рисок — от 0,05 до 0,08 мм. Все ячейки координатной сетки были измерены на инструментальном микроскопе. Половинки составных образцов были спаяны таким образом, что координатная сетка оказалась в средней плоскости образца, вдоль которой производилась осадка. Образцы с указанными выше размерами получили в направлении стрелки (рис. 43) обжатие 8; 14,5 и 23 мм соответственно. Осадку производилась на прессе со скоростью 1 мм/сек. Для обеспечения полного прилипания поверхность бойков была выполнена шероховатой со следами строжки вдоль оси образца. Перед каждым опытом бойки промывались ацетоном.

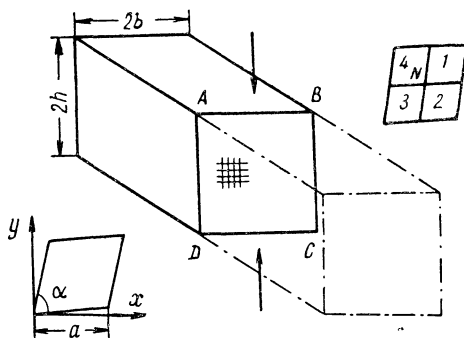


Рис. 43. Схема составных свинцовых образцов к экспериментальному определению девиатора напряжений

После обжатия образцы распаивали. На очищенной от сплава поверхности $ABCD$ с помощью микроскопа измеряли размеры деформированных ячеек. Деформации определяли таким образом:

$$\varepsilon_x = \frac{a_0 - a}{a_0}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\pi}{2} - \alpha,$$

Линейные и угловые деформации каждого узла N делительной сетки определяли как средние для четырех ячеек, примыкающих к узлу.

Для определения уравнения состояния $T = g_1(\Gamma)$ Γ был произведен специальный опыт по осадке цилиндрических образцов диаметром и высотой 30 мм. Цилиндры были изготовлены из того же свинца, что и образцы с координатной сеткой, и прошли ту же механикотермическую обработку. Скорость осадки цилиндров была 12 мм/мин, а скорость деформации примерно соответствовала скорости осадки параллелепипеда. Осадка цилиндров производилась на полированных бойках с обильной смазкой и напряженное состояние было близко к линейному. Кривая усилие — абсолютное обжатие была пересчитана в зависимость $T-\Gamma$, которая приведена на рис. 40 сплошной линией.

Зная деформированное состояние в каждом узле координатной сетки, т. е. ε_x , γ_{xy} и Γ , а также кривую упрочнения $T = \bar{T}(\Gamma)$, подсчитали компоненты девиатора напряжений:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x - \sigma &= 2 \frac{T(\Gamma)}{\Gamma} \varepsilon_x, \\ \sigma_y - \sigma &= 2 \frac{T(\Gamma)}{\Gamma} \varepsilon_y, \\ \tau_{xy} &= \frac{T(\Gamma)}{\Gamma} \gamma_{xy}, \end{aligned} \right\} \quad (4.15)$$

На рис. 44 точками показаны установленные опытным путем значения девиатора напряжений (4.15) на плоскостях симметрии параллелепипеда, а также в сечении $x = 0,8b$.

Для условий опыта в тех же сечениях были вычислены с помощью формул (4.14), полученных теоретическим путем, значения девиатора напряжений. Эти значения на рис. 44 показаны сплошными линиями. В расчетах кривая упрочнения была аппроксимирована кубической параболой $\Gamma = 0,18T^3$, формулы (4.14) преобразованы в уравнения теории малых пластических деформаций заменой $\bar{\nu}_p$ на Δh .

Сравнение опытных и расчетных значений девиатора напряжения свидетельствуют об удовлетворительной точности формул (4.14).

Естественно, что девиатор напряжений далеко не полностью характеризует напряженное состояние. Его компоненты не содержат очень важной характеристики напряженного состояния — среднего или гидростатического давления σ . Экспериментальное определение напряжений в объеме пластически деформируемого металла (а не

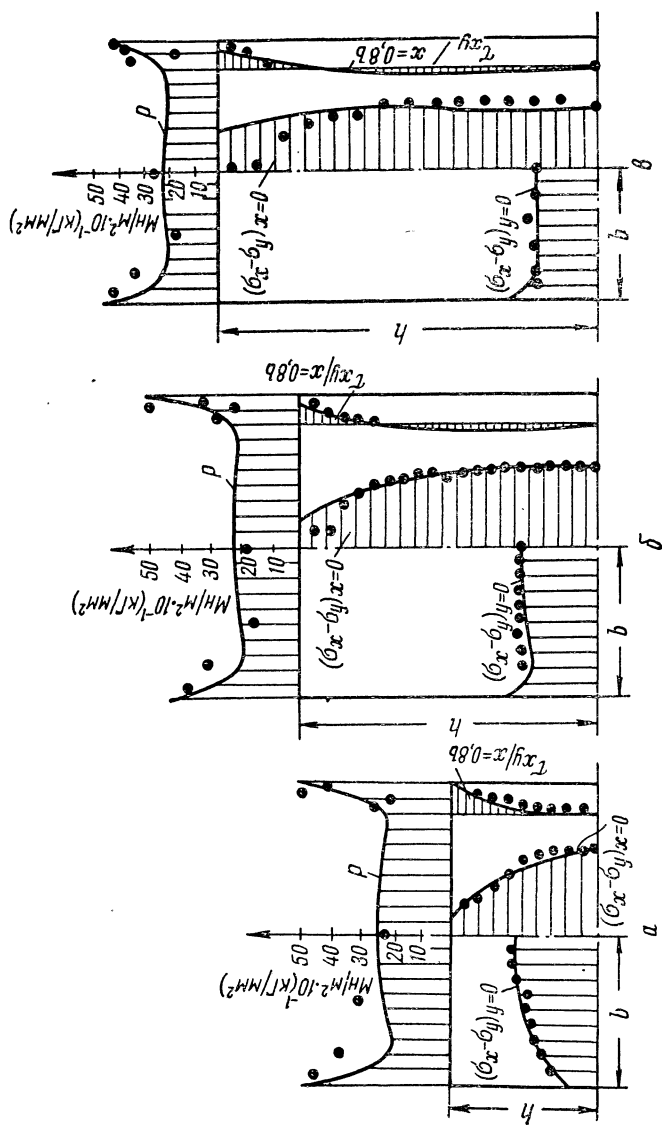


Рис. 44. Сопоставление опытных (точки) и расчетных (линии) значений напряжений при осадке свинцовых параллелепипедов:
 $a - h \times b = 60 \times 60$ мм, $\Delta h = 8$ мм; $b - h \times b = 120 \times 60$ мм, $\Delta h = 14,5$ мм; $c - h \times b = 174 \times 60$ мм, $\Delta h = 23$ мм.

модель в виде оптически. активного материала) в настоящее время невозможно.

Во время осадки образцов с координатной сеткой на контактной поверхности были замерены нормальные удельные давления. Опыты проводили по методике, разработанной на кафедре обработки металлов давлением Уральского политехнического института [102]. Нижний боек 1 был снабжен силоизмерительными приборами (рис. 45). На одной стороне от оси образца 5, находящегося между упорными планками 4, были расположены четыре точечные мес-

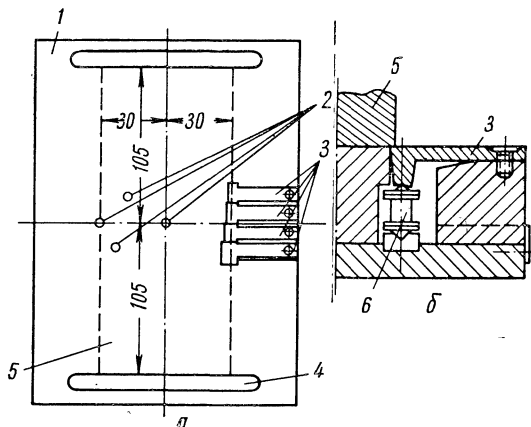


Рис. 45. Боек с месдозами для замера нормального давления при осадке высокой заготовки (а) и узел ножей (б)

дозы 2, а на другой стороне — месдозы в виде четырех ножей 3. Точечные и ножевые месдозы должны были дублировать показания. Ножи были расположены в районе кромки образца и выступали друг за друга на величину около миллиметра. Разность показаний месдоз двух соседних ножей давала возможность определить удельное давление в непосредственной близости от кромки контактной поверхности. Упругие элементы месдоз 6 имели проволоочные датчики, включенные в обычную тензометрическую схему. Показания месдоз фиксировались с помощью осциллографа Н-700. Месдозы после эксперимента подвергались повторной тарировке. Отпечатки ножей и штифтов были замерены после осадки на инструментальном микроскопе БМИ.

Результаты замера удельного давления приведены на рис. 44 в виде точек. Совпадение этих данных с расчетным значением (сплошная линия) также можно считать удовлетворительным.

Обе методики замера удельного давления (точечные и ножевые месдозы) показали, что у кромки высокой полосы при ее обжатии в условиях прилипания и плоского деформированного состояния имеется пик удельных давлений. Этот факт имеет некоторое подтверждение и в опытах других авторов [36].

С. И. Губкин и Н. И. Мицкевич [37] проводили опыты по определению эпюр нормальных напряжений при осадке цилиндров. Они отмечают, что для цилиндров с отношением диаметра к высоте меньше 2 кривые распределения нормального давления имеют вогнутый характер и нормальные напряжения в периферийных областях контактной поверхности больше, чем в центре.

К таким же выводам пришли Е. П. Унксов [36] и Я. М. Охрименко [116] на основании опытов по осадке высоких образцов штампамии со щелью. Наиболее интенсивное затекание металла происходит у кромок контактной поверхности, что косвенно свидетельствует о большом удельном давлении в этом районе.

Можно считать, что напряжения (4.14), вычисленные с помощью вариационного принципа возможных изменений напряженного состояния, косвенно достаточно хорошо соответствуют некоторым экспериментальным данным.

Как можно сделать оценку возможности разрушения? Формулы (4.14) позволяют подсчитать в любой точке сечения показатель напряженного состояния k . Действительно,

$$\left. \begin{aligned} k &= \sigma/T, \\ \sigma &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y), \quad T = + \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4.16)$$

Кроме того, по формулам (1.29а) можно определить компоненты тензора скорости деформации и интенсивность скорости деформации. Правда, последнюю величину проще подсчитать по формуле (4.10).

Рассмотрим на примере осадки полосы квадратного поперечного сечения, как следует производить оценку возможности разрушения и допустимую деформацию.

На рис. 46 приведены результаты подсчета $H/\xi \left(\xi = \frac{\bar{v}_p}{h} \right)$ и σ/T для сечения квадратной заготовки. Линии показывают уровни постоянного H/ξ (рис. 46, а) и постоянного σ/T (рис. 46, б). Следует отметить, что если бы деформация проходила равномерно, т. е. $\eta_{xy} = 0$, то интенсивность деформации в рассматриваемых плоских задачах была бы постоянной и равной

$$H_p = 2\xi. \quad (4.17)$$

Рис. 46, а показывает, что распределение деформаций при осадке прямоугольной полосы далеко не равномерное. В обширной средней части полосы, для которой $x = \pm(0,0 \div 0,6) b$ и $y = \pm(0,0 \div 0,5) h$, интенсивность деформации существенно превышает значение интенсивности равномерной деформации (4.17). В центре полосы это превышение составляет 80%. Очень большие деформации развиваются в небольших объемах, примыкающих к углам полосы. Деформация в углу полосы в 10 раз превышает значение (4.17). В действительности на практике полосы не имеют таких острых углов и неравномерность деформации, вероятно, не столь велика. Тем не менее в зоне углов

при $x = \pm (0,8 \div 1,0) b$ и $y = \pm (0,8 \div 1,0) h$ интенсивность деформации во много раз больше значения интенсивности равномерной деформации (4.17). Обратная картина наблюдается в областях, которые примыкают к граням полосы. У контактной поверхности развита зона затрудненной деформации. В центре контактной поверхности пластических деформаций нет и $H = 0$. В зоне, ограниченной координатами $x = \pm (0,0 \div 0,6) b$ и $y = \pm (0,75 \div 1,0) h$, деформации в два и более раз меньше значения равномерной деформации (4.17). Малы деформации и в тонком слое, примыкающем к боковым граням.

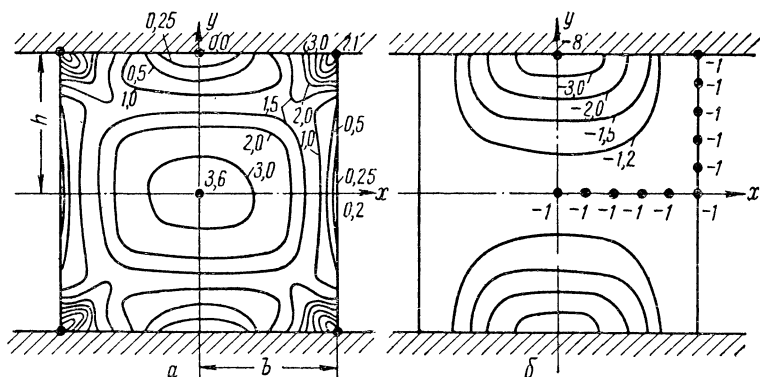


Рис. 46. Распределение по сечению прямоугольной полосы интенсивности скоростей деформации сдвига, отнесенной к скорости осадки $\xi = v_p/h$ (а), и показателя напряженного состояния (б)

Таким образом, интенсивные пластические деформации происходят в объемах, примыкающих к диагональным плоскостям. При ковке малопластичных сталей (быстрорежущих, аустенитных и др.) по этим плоскостям образуются разрывы, получившие название «ковочного креста». Механизм образования «ковочного креста» является объектом многих исследований [45, 167 и др.], в которых отмечается, что образованию разрывов предшествуют большие пластические деформации. Аналогичные результаты получены и нами.

Разрушение наиболее вероятно в углах и центре заготовки. Именно там самое неблагоприятное напряженное состояние и наибольшая деформация. Если разрушение в углах легко обнаруживается и можно избежать его появления, то разрушение в центре выявляется трудней. Сделаем иллюстративный расчет допустимой деформации из условия сохранения сплошности в центре заготовки.

Допустим, что при температуре 1373°K (1100°C) ковке подвергается инструментальная сталь марки X12M. При $(\sigma/T)_1 = +0,6$ она имеет пластичность $\Lambda_p^{(1)} = 1,14$, при $(\sigma/T)_2 = +0,1$ пластичность составляет $\Lambda_p^{(2)} = 1,71$ (табл. 4). Для расчета следует знать пластичность при $(\sigma/T)_3 = -1$. Как показали опыты, кривая зависимости пластичности от напряженного состояния направлена выпуклостью

вниз. Это позволяет сделать оценку пластичности с помощью линейной экстраполяции (см. схему на рис. 47). Пластичность $\Lambda_p^{(3)}$ при показателе напряженного состояния $(\sigma/T)_3$, как следует из подобия треугольников на схеме, будет не менее

$$\Lambda_p^{(3)} = \frac{\left(\frac{\sigma}{T}\right)_1 - \left(\frac{\sigma}{T}\right)_3}{\left(\frac{\sigma}{T}\right)_1 - \left(\frac{\sigma}{T}\right)_2} (\Lambda_p^{(2)} - \Lambda_p^{(1)}) + \Lambda_p^{(1)} \quad (4.18)$$

или

$$\Lambda_p^{(3)} = 2,96.$$

В центре заготовки

$$H/\xi = 3,6 \text{ или } H = 3,6 \times$$

$$\times \left| \frac{\bar{v}_p}{h} \right| = 3,6 \left| \frac{dh}{h d\tau} \right|.$$

Ковка производится в n приемов с кантовкой на угол $\pi/2$. Пусть осадка за прием $h_0 - h_1$.

Условие деформации без разрушения, как известно, имеет такой вид:

$$\int_0^t \frac{H d\tau}{\Lambda_p} < 1.$$

Здесь принято $B = E = 1$, что обеспечивает определенный запас прочности. Подставив соответствующие значения H и в последнее неравенство, получим

$$\frac{3,6}{2,96} n \int_{h_1}^{h_0} \frac{dh}{h} < 1 \text{ или } n \ln \frac{h_0}{h_1} < 0,82.$$

Таким образом, чтобы не произошло разрушения в центре заготовки, произведение числа осадок n на обжатие за осадку $\ln \frac{h_0}{h_1}$ должно быть меньше 0,82. Например, без опасности разрушения можно сделать пять осадок на 18% за прием.

Осадку в условиях трехмерного течения рассмотрим ниже в п. 5.

3. Ковка полосы

Одной из основных кузнечных операций является протяжка. Наибольший интерес представляет протяжка крупных поковок — слитков на прессах. Протяжка призвана обеспечить проковку всех частей слитка, улучшить его структуру и, конечно, не должна сопровождаться разрушением металла, образованием дефектов [24, 75 и др.]. В настоящее время изучены формоизменение и силовые усло-

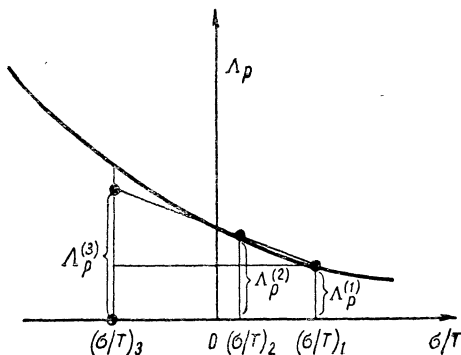


Рис. 47. Схема к оценке пластичности экстраполяцией

вия при протяжке [164, 166 и др.], а определение напряжений и распределения деформаций исследовано недостаточно.

Следуя работам [48, 88, 90], найдем напряженное состояние при протяжке высоких поковок (рис. 48), полагая деформацию плоской. Скорость перемещения бойков $\bar{v}_p$ задана. Для высоких полос ($\frac{l}{h} < 0,6$) можно принять, что на контактной поверхности имеет место

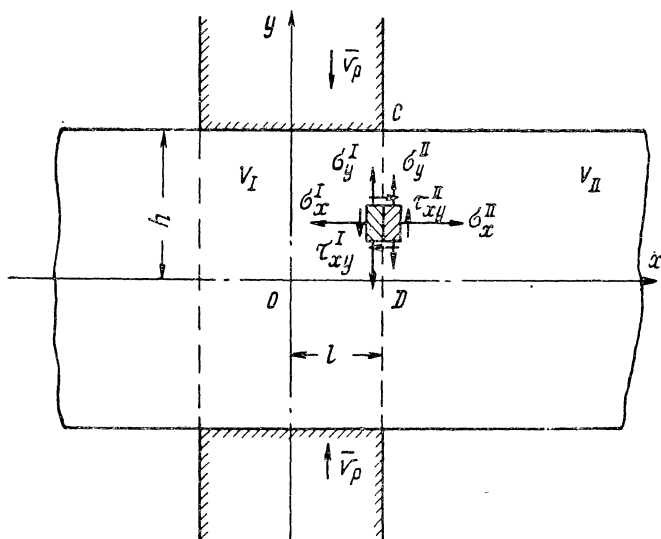


Рис. 48. Схема к определению напряжений при кузнечной вытяжке высокой полосы

полное прилипание [163]. Вариационное уравнение начала возможных изменений напряженного состояния в n -м последовательном приближении по Л. М. Качанову (в силу симметрии можно рассматривать четверть полосы):

$$\delta \left\{ \int_0^\infty \int_0^h \frac{1}{2} g_2(T_{n-1}) T^2 dx dy + \bar{v}_p \int_0^l (\sigma_y)_{y=h} dx \right\} = 0. \quad (4.19)$$

Для упрощения задачи воспользуемся методом разрывных решений. Линией CD разобьем очаг деформации на две зоны: V_I и V_{II} , в каждой из которых поля напряжений непрерывны. На линии CD должно быть выполнено условие равновесия элемента

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^I &= \sigma_x^{II}, \\ \tau_{xy}^I &= \tau_{xy}^{II}. \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

В напряжении σ_y на линии CD может быть разрыв. Наличие такого разрыва поля напряжений, вообще говоря, не сказывается на

форме вариационного уравнения (4.19). Однако в этом случае его удобно записать таким образом:

$$\delta \left\{ \int_0^l \int_0^h \frac{1}{2} g_2 (T_{n-1}^I) T^{12} dx dy + \int_0^\infty \int_0^h \frac{1}{2} g_2 (T_{n-1}^{II}) T^{12} dx dy + \right. \\ \left. + \bar{v}_p \int_0^l (\sigma_y^I)_{y=h} dx \right\} = 0. \quad (4.21)$$

Решение составим в форме, предложенной Н. Ф. Папковичем:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xy} &= \sum_{i=1}^m a_i \tau_{xy}^{(i)}, \\ \sigma_x &= \sum_{i=1}^m a_i \sigma_x^{(i)}, \\ \sigma_y &= \sum_{i=1}^m a_i \sigma_y^{(i)}, \end{aligned} \right\} \quad (4.22)$$

где $\tau_{xy}^{(i)}$, $\sigma_x^{(i)}$ и $\sigma_y^{(i)}$ — подходящие функции частного решения дифференциальных уравнений равновесия.

Выражения (4.22) должны удовлетворять также граничным условиям. Канонические уравнения вариационного уравнения (4.19) для отыскания m неизвестных варьируемых коэффициентов в (4.22) имеют вид

$$\sum_{i=1}^m \alpha_{ij} a_i = \delta_j \quad (j = 1, 2, \dots, m), \quad (4.23)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{ij} &= \int_0^l \int_0^h g_2 (T_{n-1}) \left[(\sigma_x^{(i)} - \sigma_y^{(i)}) (\sigma_x^{(j)} - \sigma_y^{(j)}) + 4 \tau_{xy}^{(i)} \tau_{xy}^{(j)} \right] dx dy, \\ \delta_j &= -4 \bar{v}_p \int_0^l (\sigma_y^{(j)})_{y=h} dx. \end{aligned} \right\} \quad (4.24)$$

В случае разрывного решения в уравнениях (4.23) изменяется порядок вычисления коэффициентов (4.24). При вычислении α_{ij} интеграл разбивается на части в соответствии с порядком деления поверхностями разрыва области интегрирования.

Выберем подходящие функции в выражении (4.22). Ограничимся минимальным числом варьируемых коэффициентов, используя предыдущее решение по осадке высокого параллелепипеда, а также экспериментальные и расчетные данные исследования И. Я. Тарновского

и В. Н. Трубина [163]. Выражения (4.22) должны удовлетворять следующим граничным условиям:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xy}^I|_{x=0} &= \tau_{xy}^{II}|_{x=\infty} = 0, \\ \tau_{xy}^{II}|_{y=0} &= \tau_{xy}^{II}|_{y=h} = \tau_{xy}^I|_{y=0} = 0, \\ \tau_{xy}^I|_{x=l} &= \tau_{xy}^{II}|_{x=l}, \\ \sigma_x^I|_{x=l} &= \sigma_x^{II}|_{x=l}, \\ \sigma_y^{II}|_{y=h} &= \sigma_y^{II}|_{x=\infty} = \sigma_x^{II}|_{x=\infty} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.25)$$

Пластические деформации распространяются лишь на часть полосы, примыкающей к геометрическому очагу деформации. На достаточном удалении от очага деформации все напряжения в полосе равны нулю. По данным И. Я. Тарновского и В. Н. Трубина, протяженность зоны пластической деформации за пределы геометрического очага составляет примерно 45% от высоты полосы.

С учетом граничных условий (4.25) и данных о распространении деформаций во внешние зоны назначили подходящие функции для касательных напряжений:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xy}^I &= a_1 \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x^{10}}{l^{10}} \right) \frac{y}{h} + a_2 \frac{x}{l} \cdot \frac{y}{h} \left(1 - \frac{y^4}{h^4} \right), \\ \tau_{xy}^{II} &= a_2 e^2 \left(1 - \frac{x}{l} \right) \frac{y}{h} \left(1 - \frac{y^4}{h^4} \right). \end{aligned} \right\} \quad (4.26)$$

На контактной поверхности при $y = h$

$$\tau_{xy}^I|_{y=h} = a_1 \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x^{10}}{l^{10}} \right).$$

Это выражение удовлетворительно описывает изменение касательных напряжений на контактной поверхности при условии прилипания.

Известно, что максимальные сдвиговые деформации происходят в районе границы геометрического очага деформации с внешними зонами. Пропорциональные им касательные напряжения (4.26) в фиксированных сечениях $y = \text{const}$ при соответствующих значениях a_1 и a_2 также могут дать максимум в этом районе. Касательные напряжения на границе с внешними зонами

$$\tau_{xy}^I|_{x=l} = \tau_{xy}^{II}|_{x=l} = a_2 \frac{y}{h} \left(1 - \frac{y^4}{h^4} \right)$$

также правильно отражают тот факт, что максимальные касательные напряжения развиваются в районе, близком к кромке штампов. Эта формула дает максимальное значение, как и следует из опытов, на расстоянии $h/3$ от контактной поверхности.

Опыты показывают, что во внешних зонах характер изменения сдвигов и, вероятно, касательных напряжений близок к экспоненциальному. Расчеты и опыты показывают, что деформации во внеш-

ние зоны проникают на расстояние $0,9h$. С целью максимального

упрощения задачи для τ_{xy}^{II} была принята экспонента $e^{2\left(1-\frac{x}{l}\right)}$, дающая удовлетворительную интенсивность затухания касательных напряжений. Так, например, на расстоянии $0,9h$ от геометрической границы очага деформации касательное напряжение при $l/h = 0,3$ составляет всего 2% от напряжения, действующего на границе очага деформации.

Итак, можно считать, что подходящие функции в (4.26) подобраны достаточно удачно для приближенного расчета.

Нормальные напряжения получим, интегрируя дифференциальные уравнения равновесия с учетом (4.26). Произвольные функции, кроме одной, определяются из граничных условий (4.25). Функция $\varphi^I(x)$ варьируема и представлена для упрощения решения коэффициентом a_3 .

Таким образом, статически возможные напряжения (4.22) для последующего решения приняты в виде

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xy}^I &= a_1 \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x^{10}}{l^{10}}\right) \frac{y}{h} + a_2 \frac{x}{l} \cdot \frac{y}{h} \left(1 - \frac{y^4}{h^4}\right), \\ \sigma_x^I &= a_1 \frac{5}{12} \cdot \frac{l}{h} \left(1 - \frac{6}{5} \cdot \frac{x^2}{l^2} + \frac{1}{5} \cdot \frac{x^{12}}{l^{12}}\right) + \\ &+ a_2 \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{h} \left(2 - \frac{x^2}{l^2}\right) \left(1 - 5 \frac{y^4}{h^4}\right), \\ \sigma_y^I &= a_1 \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{l} \left(11 \frac{x^{10}}{l^{10}} - 1\right) \frac{y^2}{h^2} + \\ &+ a_2 \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{y^2}{h^2} \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{y^6}{h^6} - 1\right) + a_3, \\ \tau_{xy}^{II} &= a_2 e^{2\left(1-\frac{x}{l}\right)} \frac{y}{h} \left(1 - \frac{y^4}{h^4}\right), \\ \sigma_x^{II} &= a_2 \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{h} e^{2\left(1-\frac{x}{l}\right)} \left(1 - 5 \frac{y^4}{h^4}\right), \\ \sigma_y^{II} &= a_2 \frac{2}{3} \cdot \frac{h}{l} e^{2\left(1-\frac{x}{l}\right)} \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{y^2}{h^2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{y^6}{h^6} - 1\right). \end{aligned} \right\} \quad (4.27)$$

Как и в предыдущей задаче, считаем, что материал упрочняется по степенному закону

$$H = AT^3.$$

Подставляя соответствующие координатные функции из (4.27) в формулы (4.24), а последние в канонические уравнения (4.23), получим систему из трех уравнений с тремя неизвестными. В первом приближении $g_2(T) = \frac{1}{\mu} = \text{const}$ и решение достигается просто, интегралы в (4.24) были вычислены точно. Коэффициенты a_1 , a_2 и a_3 в первом приближении, полученные решением системы линей-

ных алгебраических уравнений (4.23), позволили вычислить в первом приближении интенсивность касательных напряжений T_1 . Тогда во втором последовательном приближении

$$g_2(T_1) = A^{1/3} \left(\frac{T_1}{\mu} \right)^{2/3}.$$

Подставив эту формулу снова в интегралы (4.24), получим из (4.23) второе приближение для варьируемых коэффициентов. Для третьего приближения вновь вычисляем функцию $g_2(T_2)$ и т. д.

Чтобы проследить быстроту сходимости последовательных приближений в данной задаче, на ЭВМ для $l/h = 0,5$ были вычислены значения a_1 , a_2 и a_3 до девятого приближения включительно (табл. 11).

ТАБЛИЦА 11. ЗНАЧЕНИЯ ВАРЬИРУЕМЫХ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ $l/h = 0,5$ И РАЗЛИЧНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ МЕТОДА Л. М. КАЧАНОВА ($\xi = \bar{\sigma}_p/h$)

№ последовательного приближения	a_1	a_2	a_3
1	$-0,619261 \xi \mu$	$2,123945 \xi \mu$	$-3,472583 \xi \mu$
2	$-0,208243 (\xi/A)^{1/3}$	$1,535624 (\xi/A)^{1/3}$	$-1,989289 (\xi/A)^{1/3}$
3	$-0,169685 (\xi/A)^{1/3}$	$1,568377 (\xi/A)^{1/3}$	$-1,931586 (\xi/A)^{1/3}$
4	$-0,160940 (\xi/A)^{1/3}$	$1,579054 (\xi/A)^{1/3}$	$-1,913225 (\xi/A)^{1/3}$
5	$-0,158406 (\xi/A)^{1/3}$	$1,582456 (\xi/A)^{1/3}$	$-1,906945 (\xi/A)^{1/3}$
6	$-0,157551 (\xi/A)^{1/3}$	$1,583491 (\xi/A)^{1/3}$	$-1,904695 (\xi/A)^{1/3}$
7	$-0,157239 (\xi/A)^{1/3}$	$1,583783 (\xi/A)^{1/3}$	$-1,903862 (\xi/A)^{1/3}$
8	$-0,157121 (\xi/A)^{1/3}$	$1,583852 (\xi/A)^{1/3}$	$-1,903547 (\xi/A)^{1/3}$
9	$-0,157075 (\xi/A)^{1/3}$	$1,583860 (\xi/A)^{1/3}$	$-1,903427 (\xi/A)^{1/3}$

К девятому приближению значения коэффициентов практически стабилизировались. Разница между девятым и предыдущим приближением имеется лишь в четвертом-пятом знаках. Мала разница между последним приближением и пятым, она составляет для a_1 — 0,63%, a_2 — 0,12% и a_3 — 0,21%. Для рассматриваемого решения, которое составлено весьма приближенно, хватило бы, вероятно, и даже третьего приближения. Оно отличается от девятого приближения не более чем на 8%.

На ЭВМ были вычислены значения коэффициентов a_1 , a_2 и a_3 в пятом приближении для различных значений l/h и произвольной среды, следующей степенному закону упрочнения (4.10). Значения этих коэффициентов приведены на рис. 49. Итак, формулы (4.27) и указанные коэффициенты позволяют подсчитать напряженное состояние в высокой полосе с внешними зонами при условии полного прилипания к инструменту и плоского деформированного состояния.

В качестве примера на рис. 50 показаны эпюры напряжений для полосы с отношением $l/h = 0,5; 0,33$ и $0,2$. Для эпюр касательных

напряжений на контактной поверхности характерна их небольшая величина, по мере уменьшения ширины бойка они уменьшаются и при $l/h = 0,2$ практически отсутствуют. Нормальное давление имеет характерное, как и для осадки полосы без внешних зон, повышенное значение p на краю контактной поверхности. Однако эта неравномерность уменьшается для узких бойков. Среднее удельное давление больше для узких бойков, чем для широких. Эпюра для σ_y разрывная; в действительности изменение σ_y вдоль оси x будет более плавным. Для напряжений σ_x характерно, что в центральной части полосы они растягивающие, а в области, примыкающей к поверхности, — сжимающие. Растягивающие напряжения создают неблагоприятную схему напряженного состояния.

Для оценки правильности полученного теоретическим путем напряженного состояния по описанной выше методике экспериментально определяли девиатор напряжений. Трудоемкость экспериментов позволила определить компоненты девиатора лишь в отдельных сечениях полосы с отношением $l/h = 0,5$. В условиях плоской деформации была осаждена составная, спаянная из двух частей, свинцовая полоса. В плоскости спая xOy была нанесена на фрезерном станке прямоугольная координатная сетка. Высота полосы $h = 50,5$ мм, ширина бойков $l = 25$ мм. Степень деформации $\varepsilon = \frac{\Delta h}{h} = 0,114$,

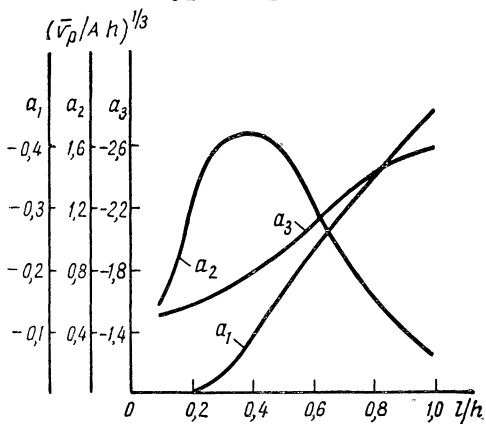


Рис. 49. Значения варьируемых коэффициентов a_1, a_2, a_3 для различных отношений l/h , вычисленные в пятом приближении

скорость осадки $\xi = \frac{\bar{v}_p}{h} = 0,0035$ 1/сек. При осадке цилиндров на смазанных полированных бойках была определена кривая упрочнения для свинца, которую аппроксимировали формулой

$$\Gamma = 0,175T^3 \text{ или } T = 5,72\sqrt[3]{\Gamma}. \quad (4.28)$$

Измерением координатных сеток определили компоненты тензора деформации $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ и γ_{xy} , а также интенсивность деформации Γ , что в свою очередь позволило подсчитать компоненты девиатора напряжений:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x - \sigma = \frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y) &= \frac{11,44\sqrt[3]{\Gamma}}{\Gamma} \varepsilon_x, \\ \tau_{xy} &= \frac{5,72\sqrt[3]{\Gamma}}{\Gamma} \gamma_{xy}. \end{aligned} \right\} \quad (4.29)$$

На рис. 51 точками показаны найденные по деформациям компоненты девиатора напряжений (4.29), а сплошными линиями — вычисленные по формулам (4.27) и графикам на рис. 49 при условии аппроксимации кривой упрочнения выражением (4.28). Расчетные значения $\sigma_x - \sigma_y$ хорошо согласуются с опытными данными. Почти совпадают максимальные значения τ_{xy} , распределение же соответствует опыту лишь качественно: напряжение меняет знак при движении от середины полосы к внешним зонам, на геометрической границе достигает максимума и во внешней зоне довольно быстро уменьшается до нуля.

Известно, что при деформации прокаткой или осадкой высоких полос (когда $h > l$) с внешними зонами удельное давление растет по мере уменьшения отношения l/h , причем оно все больше превышает удельное давление при осадке параллелепипеда с тем же отношением длины к высоте, но без внешних зон.

Для выяснения влияния внешних зон на сопротивление деформации А. И. Целиков и В. В. Смирнов [187] провели специальные опыты. Были подвергнуты сжатию образцы из свинца, стали, алюминия и меди по двум схемам: без внешних зон (рис. 39) и с внешними зонами (рис. 47). Влияние внешних зон при прочих равных условиях оценивали коэффициентом n''_σ , представляющим отношение удельного давления при осадке с внешними зонами к удельному давлению при осадке без внешних зон. Опыты показали, что n''_σ не зависит от вида деформируемого материала и что нет заметного влияния масштабного фактора и величины деформации (в пределах 20%). Оказалось,

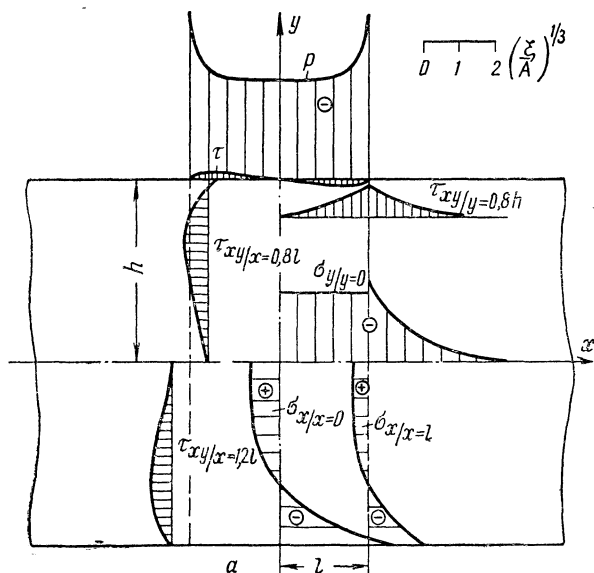
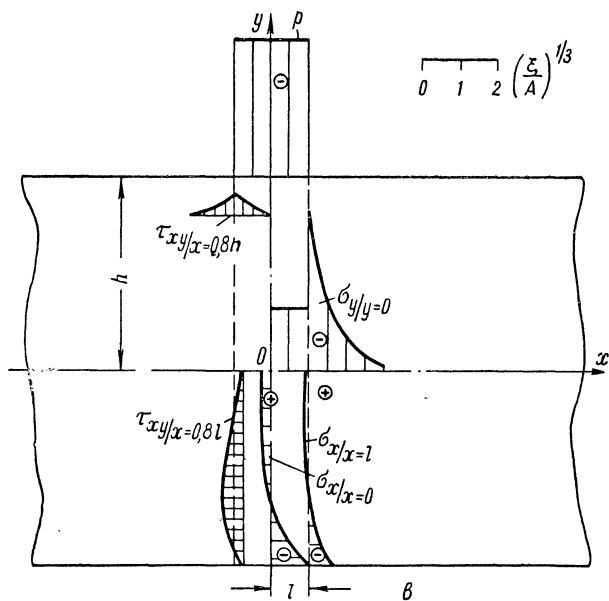
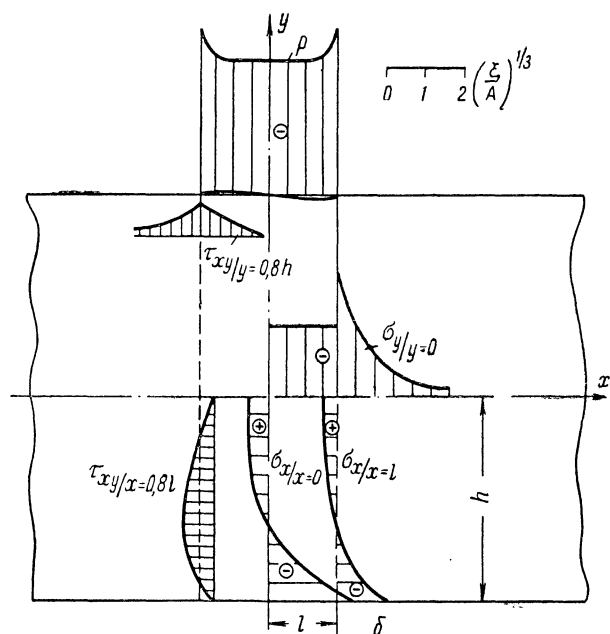


Рис. 50. Эпюры напряжений при осадке высокой полосы



с внешними зонами для $l/h = 0,5$ (а); $0,33$ (б) и $0,2$ (в)
 9 В. Л. Колмогоров

Величина H/ξ при осадке полосы с внешними зонами находится в пределах 0—6. В приконтактном слое имеется зона затрудненной деформации. В центре контактной поверхности пластических деформаций нет. Глубина распространения зоны затрудненной деформации, где интенсивность деформации $H < 2\xi$, соответствует $0,7h$. Наибольшие деформации испытывает материал в районе кромок бойков, там интенсивность деформации $H = 6\xi$. В центре очага деформации $H = 2,4\xi$, что свидетельствует о хорошей проработке полосы. Однако интенсивность деформации здесь меньше, чем для квадратной полосы без жестких концов, для которой в центре $H = 3,6\xi$.

Следует отметить большое сходство диаграммы $H = \text{const}$ (рис. 53, а) с фотографией изоклин, полученных П. И. Полухиным, В. К. Воронцовым и Г. Г. Рутманом поляризационно-оптическим методом при осадке полосы валками [126].

Показатель напряженного состояния σ/T для той же полосы (рис. 53, б) изменяется от $-0,4$ в центре до $-1,5$ на середине контактной поверхности. Обширная центральная область с координатами $x = \pm (0,0 \div 1,0) l$ и $y = \pm (0,0 \div 0,5) h$, в которой происходят большие пластические деформации, находится в наиболее неблагоприятном напряженном состоянии. Здесь $\sigma/T = (-0,4) \div$

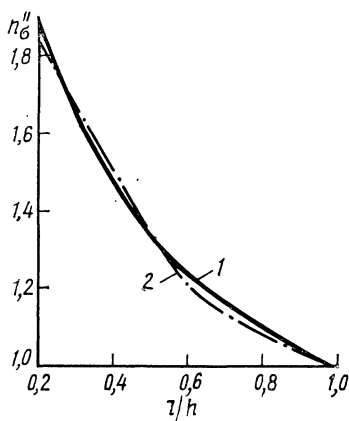


Рис. 52. Коэффициент n'' , показывающий влияние внешних зон на сопротивление деформации: 1 — кривая по опытам А. И. Целикова и В. В. Смирнова [187]; 2 — расчетная кривая

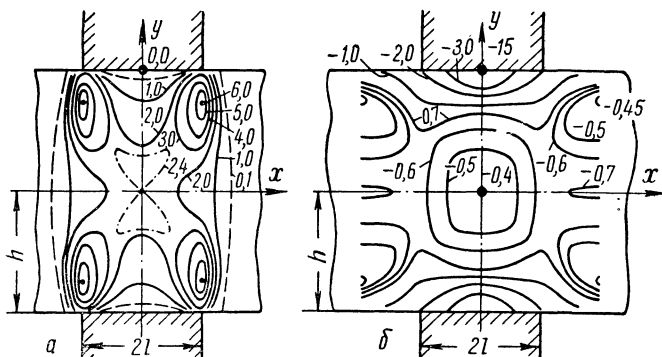


Рис. 53. Распределение H/ξ (а) и σ/T (б) при осадке полосы с внешними зонами и отношением $l/h = 0,5$

$\div (-0,6)$, что свидетельствует о существовании наряду со сжимающими напряжениями σ_y растягивающих напряжений σ_x .

В зонах максимальных пластических деформаций (в районе кромки штампа) показатель $\sigma/T \approx -1$. На вопрос о том, где наиболее

вероятно разрушение — в центре полосы или в районе максимальных деформаций, однозначно ответить нельзя, так как это, вероятно, зависит от вида материала и его пластичности при $\sigma/T = -0,4$ и $\sigma/T = -1$. Если пластичность (величина деформации до разрушения) для первого показателя по сравнению со вторым будет меньше чем в 2,5 раза, то разрушение вероятней всего наступит в районековки бойков.

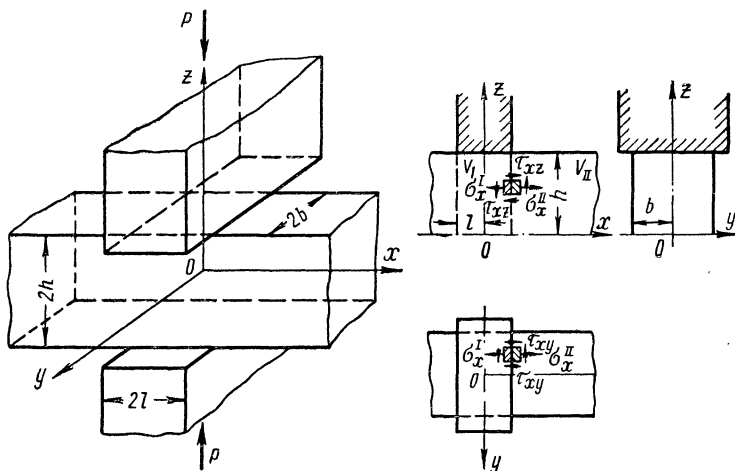


Рис. 54. Схема осадки полосы с внешними зонами (трехмерное течение)

Рассмотрим ковку высокой полосы в условиях трехмерного течения (рис. 54). Задача расчета напряжений и деформаций была решена в работе [48]. Вследствие симметрии решение выполнено для $1/8$ части полосы ($0 \leq x \leq \infty$, $0 \leq y \leq b$, $0 \leq z \leq h$). Скорость перемещения бойков $\bar{v}_p$ задана. Для контактной поверхности допустимо приближенное равенство $v_x \approx 0$. В решении принимали упрочняющуюся среду $\bar{N} = AT^3$.

Используя разрывной метод решения (очаг деформации разбиваем на две части: V_I и V_{II}), вариационное уравнение для данной задачи представляем в виде

$$\delta \left\{ \int_0^l \int_0^b \int_0^h \frac{T^{II2}_{(n)}}{2\mu^I_{(n)}} dx dy dz + \int_0^l \int_0^b \int_0^h \frac{T^{II2}_{(n)}}{2\mu^{II}_{(n)}} dx dy dz + \bar{v}_p \int_0^l \int_0^b p^{(n)} dx dy \right\} = 0, \quad (4.32)$$

где

$$\mu_{(n)} = A^{-\frac{1}{3}} \left(\frac{\mu_{(n-1)}}{T_{(n-1)}} \right)^{\frac{2}{3}}.$$

Принятая в задаче схема деформации (рис. 54) и разрывной метод решения накладывают следующие граничные условия на искомое поле напряжений:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xz}^I|_{x=0} &= \tau_{xz}^I|_{z=0} = \tau_{xz}^{II}|_{x=\infty} = \tau_{xz}^{II}|_{z=0} = \tau_{xz}^{II}|_{z=h} = 0, \\ \tau_{xy}^I|_{x=0} &= \tau_{xy}^I|_{y=0} = \tau_{xy}^I|_{y=b} = 0, \\ \tau_{xy}^{II}|_{x=\infty} &= \tau_{xy}^{II}|_{y=0} = \tau_{xy}^{II}|_{y=b} = 0, \\ \tau_{yz}^I|_{y=0} &= \tau_{yz}^I|_{z=0} = \tau_{yz}^I|_{y=b} = 0, \\ \tau_{yz}^{II}|_{y=0} &= \tau_{yz}^{II}|_{z=0} = \tau_{yz}^{II}|_{y=b} = \tau_{yz}^{II}|_{z=h} = \tau_{yz}^{II}|_{x=\infty} = 0, \\ \tau_{xz}^I|_{x=l} &= \tau_{xz}^{II}|_{x=l}, \quad \tau_{xy}^I|_{x=l} = \tau_{xy}^{II}|_{x=l}, \\ \sigma_x^I|_{x=l} &= \sigma_x^{II}|_{x=l}, \quad \sigma_x^I|_{x=\infty} = 0, \\ \sigma_y^I|_{y=b} &= \sigma_y^{II}|_{y=b} = \sigma_y^{II}|_{x=\infty} = \sigma_z^{II}|_{z=h} = \sigma_z^{II}|_{x=\infty} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.33)$$

Процесс объемной протяжки можно рассматривать как состоящий из элементов свободной осадки и осадки полос с внешними зонами в условиях плоского деформирования. Решение этих задач приведено выше. Используя эти результаты при выборе подходящих функций и удовлетворяя граничным условиям (4.33), представляем статически возможное поле напряжений в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xz}^{(n)} &= a_1^{(n)} \left(1 - \frac{x^{10}}{l^{10}} \right) \frac{xz}{lh} + a_2^{(n)} \left(1 - \frac{z^4}{h^4} \right) \frac{xz}{lh}, \\ \tau_{yz}^{(n)} &= a_1^{(n)} \left(\frac{y^{10}}{b^{10}} - 1 \right) \frac{zy}{bh} + a_2^{(n)} \left(\frac{y^{10}}{b^{10}} - 1 \right) \frac{yz^3}{bh^3}, \\ \tau_{xy}^{(n)} &= a_1^{(n)} \left(\frac{x^2}{l^2} - 1 \right) \left(1 - \frac{z^2}{h^2} \right) \left(1 - \frac{y^2}{b^2} \right) \frac{xy}{lb} + \\ &\quad + a_2^{(n)} \left(1 - \frac{z^2}{h^2} \right) \left(\frac{y^2}{b^2} - 1 \right) \frac{xy^3}{lb^3}, \\ \sigma_x^{(n)} &= a_1^{(n)} \left[\frac{5l}{12h} \left(1 - \frac{6x^2}{5l^2} + \frac{x^{12}}{5l^{12}} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{l}{4b} \left(1 - \frac{x^2}{l^2} \right) \left(1 - \frac{z^2}{h^2} \right) \left(1 - 3 \frac{y^2}{b^2} \right) \right] + \\ &\quad + a_2^{(n)} \left[\frac{l}{2h} \left(2 - \frac{x^2}{l^2} \right) \left(1 - 5 \frac{z^4}{h^4} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{3l}{2b} \left(2 - \frac{x^2}{l^2} \right) \left(1 - \frac{z^2}{h^2} \right) \left(\frac{5y^2}{3b^2} - 1 \right) \frac{y^2}{b^2} \right], \\ \sigma_y^{(n)} &= a_1^{(n)} \left[\frac{b}{4l} \left(3 \frac{x^2}{l^2} - 1 \right) \left(1 - \frac{z^2}{h^2} \right) \left(1 - \frac{y^2}{b^2} \right)^2 - \right. \\ &\quad \left. - \frac{5b}{12h} \left(1 - \frac{6y^2}{5b^2} + \frac{y^{12}}{5b^{12}} \right) \right] + \end{aligned} \right\} \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned}
& + a_2^{(n)} \left[\frac{b}{12l} \left(\frac{z^2}{h^2} - 1 \right) \left(1 - \frac{3y^4}{b^4} + \frac{2y^6}{b^6} \right) - \right. \\
& \quad \left. - \frac{5bz^2}{4h^3} \left(1 - \frac{6y^2}{5b^2} + \frac{y^{12}}{5b^{12}} \right) \right], \\
\sigma_z^{I(n)} &= a_1^{(n)} \left[\frac{h}{l} \left(11 \frac{x^{10}}{l^{10}} - 1 \right) - \frac{h}{b} \left(11 \frac{y^{10}}{b^{10}} - 1 \right) \right] \frac{z^2}{2h^2} + \\
& + a_2^{(n)} \left[\frac{z^2}{2lh} \left(\frac{z^4}{3h^4} - 1 \right) - \frac{z^4}{4bh^3} \left(11 \frac{y^{10}}{b^{10}} - 1 \right) \right] + a_3^{(n)}, \\
\tau_{xz}^{II(n)} &= a_2^{(n)} e^2 \left(1 - \frac{x}{l} \right) \frac{z}{h} \left(1 - \frac{z^4}{h^4} \right), \\
\tau_{yz}^{II(n)} &= a_2^{(n)} e^2 \left(1 - \frac{x}{l} \right) \frac{yz^3}{bh^3} \left(\frac{z^2}{h^2} - 1 \right) \left(1 - \frac{y^2}{b^2} \right), \\
\tau_{xy}^{II(n)} &= a_2^{(n)} e^2 \left(1 - \frac{x}{l} \right) \frac{y^3}{b^3} \left(1 - \frac{z^2}{h^2} \right) \left(\frac{y^2}{b^2} - 1 \right), \\
\sigma_x^{II(n)} &= a_2^{(n)} \frac{1}{2} e^2 \left(1 - \frac{x}{l} \right) \left[\frac{l}{h} \left(1 - 5 \frac{z^4}{h^4} \right) - \right. \\
& \quad \left. - \frac{3ly^2}{b^5} \left(1 - \frac{z^2}{h^2} \right) \left(1 - 5 \frac{y^2}{b^2} \right) \right], \\
\sigma_y^{II(n)} &= a_2^{(n)} \frac{1}{6} e^2 \left(1 - \frac{x}{l} \right) \left[\frac{b}{l} \left(1 - \frac{z^2}{h^2} \right) \left(1 - \frac{3y^4}{b^4} + \frac{2y^6}{b^6} \right) - \right. \\
& \quad \left. - \frac{9bz^2}{2h^3} \left(1 - \frac{5z^2}{3h^2} \right) \left(1 - \frac{y^2}{b^2} \right)^2 \right], \\
\sigma_z^{II(n)} &= a_2^{(n)} \frac{2}{3} e^2 \left(1 - \frac{x}{l} \right) \left[\frac{h}{l} \left(\frac{3z^2}{2h^2} - \frac{z^6}{2h^6} - 1 \right) + \right. \\
& \quad \left. + \frac{h}{8b} \left(\frac{3z^4}{h^4} - \frac{2z^6}{h^6} - 1 \right) \left(1 - 3 \frac{y^2}{b^2} \right) \right].
\end{aligned} \tag{4.34}$$

Здесь $a_1^{(n)}$, $a_2^{(n)}$, $a_3^{(n)}$ — искомые варьируемые параметры. Определим их из системы алгебраических уравнений:

$$\sum_{i=1}^3 a_i^{(n)} J_{ki}^{(n)} = \Delta_k \quad (k = 1, 2, 3). \tag{4.35}$$

Вычисление интегралов $J_{ki}^{(n)}$ и Δ_k в уравнении (4.35) и решение этих уравнений выполнили на ЭВМ в третьем приближении ($n = 3$) по Л. М. Качанову. Значения параметров $a_i^{(3)}$ показаны на рис. 55.

Подставив варьируемые параметры $a_i^{(3)}$ в уравнения (4.34), получаем расчетные формулы для определения напряжений. По этим формулам подсчитали и построили эпюры напряжений в плоскостях $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ для различных отношений l/h и b/h (рис. 56).

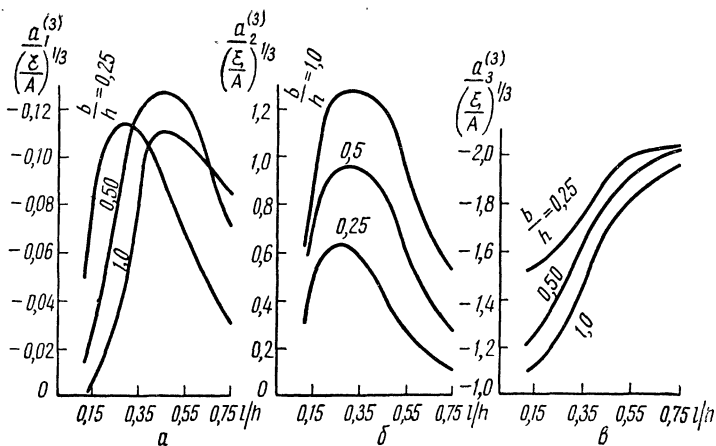


Рис. 55. Значения параметров $a_1^{(3)}$ (а), $a_2^{(3)}$ (б), $a_3^{(3)}$ (в) в зависимости от отношения l/h и b/h

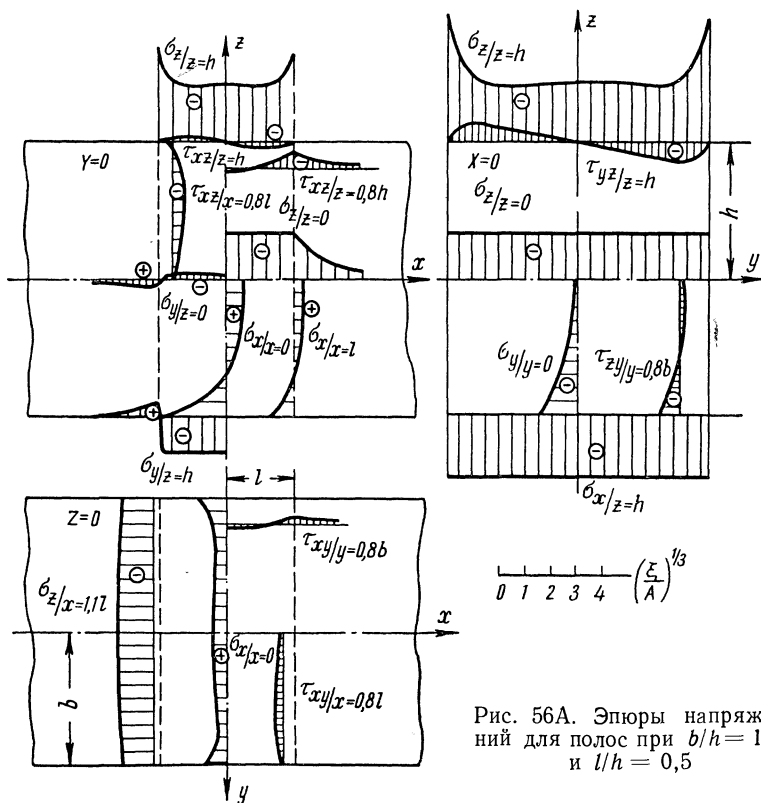


Рис. 56А. Эпюры напряжений для полос при $b/h = 1,0$ и $l/h = 0,5$

Для оценки полученного решения провели опыт по методике, изложенной выше. Результаты теоретического и экспериментального исследований осадки согласуются удовлетворительно.

Из рассмотрения найденных эпюр напряжений можно сделать следующие выводы.

Продольное касательное напряжение τ_{xz} на контактной поверхности по величине мало. С уменьшением отношения b/h наблюдается незначительный рост напряжения $\tau_{xz/z=h}$. При уменьшении отношения l/h величина $\tau_{xz/z=h}$ становится исчезающе малой. Максималь-

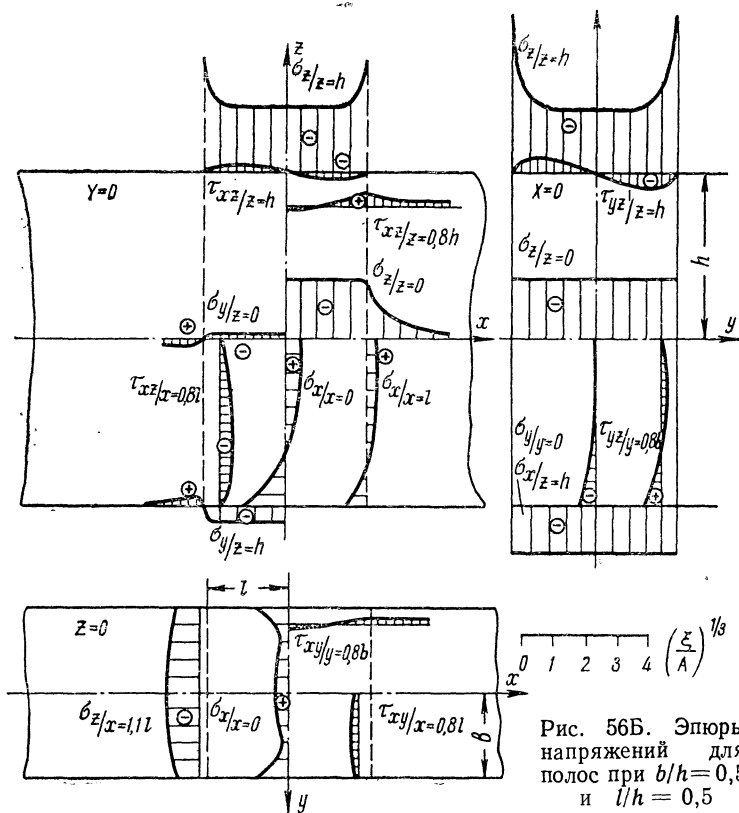


Рис. 56Б. Эпюры напряжений для полос при $b/h=0,5$ и $l/h=0,5$

ные значения τ_{xz} локализуются вблизи геометрической границы очага деформации и в приконтактных слоях.

Касательное напряжение τ_{yz} наибольшей величины достигает на контактной поверхности, возрастая с уменьшением отношения l/h и увеличением отношения b/h . Внутри объема величина τ_{yz} значительно меньше напряжения τ_{xz} . Касательное напряжение τ_{xy} мало в сравнении с напряжениями τ_{xz} и τ_{yz} .

Внешние зоны вызывают резкую неравномерность в распределении продольных напряжений σ_x . При $z=h$ напряжение сжимающее,

в центральных слоях σ_x растягивающее. С уменьшением отношения b/h растягивающие напряжения в центре полосы уменьшаются. Зависимость σ_x от величины подачи l/h более сложна. Максимальные растягивающие напряжения получены в интервале $0,3 \leq l/h \leq 0,6$. В центральных слоях σ_x является растягивающим и на боковой поверхности, причем

$$\sigma_x \Big|_{z=0} \leq \sigma_x \Big|_{z=0, y=b}$$

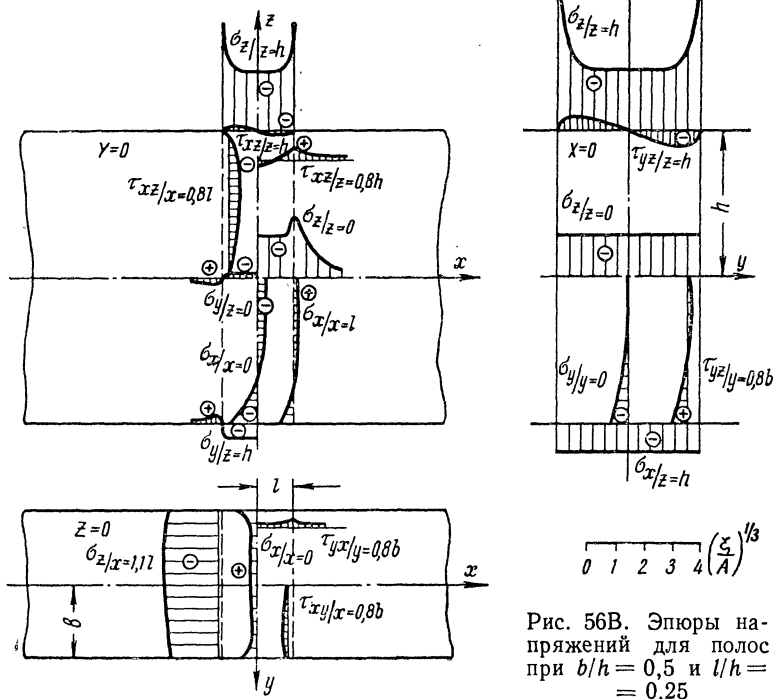


Рис. 56В. Эпюры напряжений для полос при $b/h = 0,5$ и $l/h = 0,25$

Напряжение σ_y в геометрическом очаге деформации является в основном сжимающим. С увеличением b/h напряжение σ_y увеличивается и стремится к величине, равной $1/2 (\sigma_x + \sigma_z)$. С уменьшением b/h уменьшается и σ_y и при $b/h \leq 0,2$ становится пренебрежимо малой величиной.

Во внешних зонах напряжение σ_y растягивающее. Переход сжимающих напряжений σ_y в растягивающие происходит на границе геометрического очага деформации.

Из соотношений (4.34) можно определить удельное давление

$$\begin{aligned} p^{(n)} = & a_1^{(n)} \frac{h}{2l} \left(11 \frac{x^{10}}{l^{10}} - 1 \right) - a_1^{(n)} \frac{h}{2b} \left(11 \frac{y^{10}}{b^{10}} - 1 \right) - \\ & - a_2^{(n)} \frac{h}{4b} \left(11 \frac{y^{10}}{b^{10}} - 1 \right) - a_2^{(n)} \frac{h}{3l} + a_3^{(n)}. \end{aligned} \quad (4.36)$$

На кромках боковой поверхности полосы и соприкосновения бойков с внешними зонами наблюдается резкое увеличение нормального давления, что связано с большим упрочнением металла в этих зонах. Проинтегрировав (4.36) по контактной поверхности, получим формулу для расчета средних удельных давлений:

$$p_{\text{ср}}^{(n)} = -a_2^{(n)} \frac{h}{3l} + a_3^{(n)}.$$

С уменьшением подачи $p_{\text{ср}}$ растет. При увеличении отношения b/h удельное давление также увеличивается, стремясь при $b/h \rightarrow \infty$ к значению $p_{\text{ср}}$ при плоской деформации.

Для оценки возможности разрушения необходимы данные о показателе напряженного состояния и интенсивности скоростей деформации сдвига. Эти величины для $b/h = 1,0$ и $l/h = 0,5$ были подсчитаны по формулам (4.34) и представлены в табл. 12. Они даны для различных точек очага деформации. Оценку допустимой деформации следует делать по методике, изложенной в конце п. 2.

ТАБЛИЦА 12. ЗНАЧЕНИЯ σ/T (ЧИСЛИТЕЛЬ) И N/ξ (ЗНАМЕНАТЕЛЬ) ПРИ ОСАДКЕ ПОЛОСЫ С ВНЕШНИМИ ЗОНАМИ В УСЛОВИЯХ ТРЕХМЕРНОГО ТЕЧЕНИЯ ($b/h = 1,0$; $l/h = 0,5$)

z/h	Значение x/l										
	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

<i>y/b = 1,0</i>											
0,0	-0,04	-0,05	-0,07	-0,10	-0,16	-0,24	-0,14	-0,14	-0,14	-0,14	-0,14
	4,42	4,31	3,98	3,48	2,85	2,18	0,79	0,58	0,44	0,32	0,24
0,2	-0,05	-0,06	-0,08	-0,11	-0,17	-0,26	-0,13	-0,13	-0,13	-0,13	-0,13
	4,32	4,22	3,92	3,46	2,90	2,41	0,72	0,53	0,40	0,29	0,22
0,4	-0,12	-0,12	-0,14	-0,17	-0,22	-0,31	-0,09	-0,09	-0,09	-0,09	-0,09
	4,07	4,00	3,79	3,46	3,12	3,28	0,54	0,40	0,29	0,22	0,16
0,6	-0,29	-0,30	-0,31	-0,32	-0,36	-0,42	-0,06	-0,06	-0,06	-0,06	-0,06
	3,87	3,85	3,78	3,69	3,73	5,41	0,30	0,23	0,17	0,12	0,09
0,8	-0,64	-0,64	-0,63	-0,52	-0,60	-0,58	-0,18	-0,18	-0,18	-0,18	-0,18
	4,66	4,69	4,78	4,94	5,56	10,71	9,80	0,07	0,05	0,04	0,03
1,0	-0,99	-0,98	-0,96	-0,92	-0,86	-0,74	-0,58	-0,58	-0,58	-0,58	-0,58
	10,95	10,96	11,02	11,26	12,75	27,00	0,16	0,13	0,09	0,07	0,05

<i>y/b = 0,8</i>											
0,0	-0,34	-0,34	-0,35	-0,38	-0,41	-0,45	-0,34	-0,34	-0,34	-0,34	-0,34
	1,77	1,68	1,64	1,57	1,47	1,36	0,56	0,42	0,31	0,23	0,17
0,2	-0,35	-0,35	-0,36	-0,38	-0,41	-0,45	-0,32	-0,32	-0,32	-0,32	-0,32
	1,78	1,77	1,73	1,66	1,59	1,60	0,51	0,38	0,28	0,21	0,16
0,4	-0,40	-0,40	-0,41	-0,42	-0,44	-0,48	-0,28	-0,27	-0,27	-0,27	-0,27
	1,91	1,91	1,90	1,88	1,91	2,40	0,40	0,30	0,22	0,16	0,12
0,6	-0,54	-0,54	-0,54	-0,54	-0,54	-0,54	-0,22	-0,22	-0,22	-0,22	-0,22
	1,86	1,87	1,91	1,99	2,21	3,75	0,26	0,19	0,14	0,10	0,08
0,8	-0,88	-0,88	-0,85	-0,82	-0,76	-0,68	-0,27	-0,27	-0,27	-0,27	-0,27
	1,51	1,53	1,60	1,72	1,10	5,12	0,11	0,08	0,06	0,05	0,03
1,0	-1,22	-1,22	-1,21	-1,18	-1,10	-0,90	-0,52	-0,52	-0,52	-0,52	-0,52
	2,28	2,24	2,13	2,00	2,15	6,24	0,19	0,14	0,10	0,08	0,06

z/h	Значение x/l										
	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

$$y/b = 0,6$$

0,0	-0,48	-0,48	-0,49	-0,51	-0,53	-0,56	-0,36	-0,36	-0,36	-0,36	-0,36
	1,25	1,24	1,22	1,19	1,14	1,09	0,62	0,46	0,34	0,25	0,19
0,2	-0,49	-0,49	-0,50	-0,51	-0,53	-0,56	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35
	1,32	1,31	1,30	1,27	1,25	1,31	1,56	0,41	0,31	0,23	0,17
0,4	-0,54	-0,54	-0,54	-0,55	-0,56	-0,58	-0,31	-0,31	-0,31	-0,31	-0,31
	1,45	1,45	1,46	1,47	1,54	2,02	0,42	0,31	0,23	0,17	0,13
0,6	-0,70	-0,70	-0,70	-0,68	-0,67	-0,64	-0,26	-0,26	-0,26	-0,26	-0,26
	1,39	1,41	1,45	1,54	1,76	3,16	0,27	0,20	0,15	0,11	0,08
0,8	-1,15	-1,13	-1,10	-1,04	-0,95	-0,80	-0,27	-0,27	-0,27	-0,27	-0,27
	0,92	0,94	0,99	1,11	1,42	3,92	0,13	0,09	0,07	0,05	0,04
1,0	-1,68	-1,68	-1,68	-1,66	-1,54	-1,12	-0,41	-0,41	-0,41	-0,41	-0,41
	0,98	0,95	0,88	0,80	0,89	3,61	0,24	0,18	0,13	0,10	0,07

$$y/b = 0,4$$

0,0	-0,46	-0,46	-0,48	-0,50	-0,54	-0,58	-0,32	-0,32	-0,32	-0,32	-0,32
	1,31	1,30	1,26	1,21	1,13	1,04	0,72	0,54	0,40	0,29	0,22
0,2	-0,47	-0,48	-0,49	-0,51	-0,54	-0,58	-0,32	-0,32	-0,32	-0,32	-0,32
	1,37	1,36	1,33	1,29	1,24	1,26	0,65	0,48	0,36	0,26	0,19
0,4	-0,54	-0,54	-0,55	-0,57	-0,59	-0,61	-0,29	-0,29	-0,29	-0,29	-0,29
	1,47	1,47	1,47	1,46	1,50	1,94	0,47	0,35	0,26	0,19	0,14
0,8	-1,31	-1,30	-1,25	-1,18	-1,07	-0,88	-0,25	-0,25	-0,25	-0,25	-0,25
	0,71	0,73	0,79	0,89	1,19	3,48	0,13	0,10	0,07	0,05	0,04
0,6	-0,74	-0,73	-0,73	-0,72	-0,71	-0,68	-0,25	-0,25	-0,25	-0,25	-0,25
	1,34	1,35	1,39	1,47	1,67	2,96	0,28	0,21	0,15	0,11	0,08
1,0	-2,37	-2,40	-2,43	-2,42	-2,15	-1,32	-0,31	-0,31	-0,31	-0,31	-0,31
	0,41	0,39	0,35	0,31	0,39	2,59	0,30	0,23	0,17	0,12	0,09

$$y/b = 0,2$$

0,0	-0,40	-0,40	-0,42	-0,45	-0,50	-0,56	-0,29	-0,29	-0,29	-0,29	-0,29
	1,51	1,49	1,43	1,35	1,24	1,10	0,81	0,60	0,45	0,33	0,25
0,2	-0,42	-0,42	-0,44	-0,47	-0,51	-0,57	-0,29	-0,29	-0,29	-0,29	-0,29
	1,56	1,55	1,50	1,42	1,34	1,31	0,72	0,54	0,40	0,29	0,22
0,4	-0,50	-0,50	-0,51	-0,54	-0,57	-0,60	-0,28	-0,28	-0,28	-0,28	-0,28
	1,64	1,63	1,61	1,58	1,59	1,99	0,52	0,38	0,28	0,21	0,16
0,6	-0,71	-0,71	-0,71	-0,71	-0,71	-0,69	-0,25	-0,25	-0,25	-0,25	-0,25
	1,43	1,44	1,47	1,53	1,71	2,98	0,29	0,22	0,16	0,12	0,09
0,8	-1,38	-1,36	-1,32	-1,24	-1,13	-0,92	-0,23	-0,23	-0,23	-0,23	-0,23
	0,65	0,67	0,72	0,83	0,11	3,32	0,13	0,10	0,07	0,05	0,04
1,0	-3,25	-3,29	-3,38	-3,39	-2,81	-1,46	-0,24	-0,24	-0,24	-0,24	-0,24
	0,18	0,17	0,14	0,13	0,20	2,11	0,37	0,27	0,20	0,15	0,11

z/h	Значение x/l										
	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

$y/b = 0,0$

0,0	-0,37	-0,38	-0,40	-0,43	-0,48	-0,55	-0,28	-0,28	-0,28	-0,28	-0,28
	1,61	1,59	1,52	1,42	1,29	1,13	0,85	0,63	0,47	0,35	0,26
0,2	-0,39	-0,40	-0,42	-0,45	-0,49	-0,56	-0,28	-0,28	-0,28	-0,28	-0,28
	1,66	1,64	1,59	1,50	1,39	1,35	0,75	0,56	0,41	0,31	0,23
0,4	-0,47	-0,48	-0,49	-0,52	-0,55	-0,60	-0,27	-0,27	-0,27	-0,27	-0,27
	1,73	1,72	1,69	1,65	1,64	2,03	0,53	0,39	0,29	0,22	0,16
0,6	-0,70	-0,70	-0,70	-0,71	-0,71	-0,69	-0,24	-0,24	-0,24	-0,24	-0,24
	1,48	1,49	1,51	1,57	1,74	3,00	0,30	0,22	0,16	0,12	0,09
0,8	-1,39	-1,38	-1,33	-1,26	-1,14	-0,93	-0,23	-0,23	-0,23	-0,23	-0,23
	0,64	0,66	0,71	0,81	1,10	3,28	0,13	0,10	0,07	0,05	0,04
1,0	-3,74	-3,81	-3,96	-3,97	-3,14	-1,51	-0,22	-0,22	-0,22	-0,22	-0,22
	0,12	0,11	0,09	0,08	0,14	1,97	0,39	0,29	0,22	0,16	0,12

4. Поперечная ковка и прокатка

Изучение причин образования осевой рыхлости, осевых трещин и полостей при поперечной прокатке и ковке имеет большое практическое значение. Вопросы напряженного состояния и образования осевой полости подробно исследованы В. С. Смирновым [145—148],

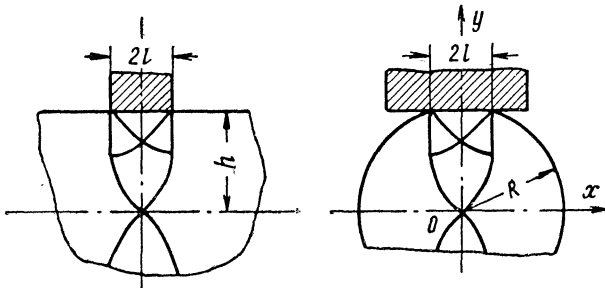


Рис. 57. Линии скольжения при ковке полосы узкими бойками и поперечной осадке круглой заготовки

А. И. Целиковым [184—186], Е. П. Унксовым [174], Е. Зибелем [203] и др.

Рассмотрим напряженно-деформированное состояние и разрушение центральной зоны заготовки. Начнем с некоторых геометрических построений. Основным параметром, определяющим деформированное состояние, является отношение l/h (рис. 57).

На практике удобнее пользоваться другим параметром: $\frac{\Delta h}{R} = \frac{R-h}{R}$. Выразим l/h через $\Delta h/R$. Отрезок $2l$ несколько отличается

от хорды, которая образована контуром недеформированной круглой заготовки и пересекающим его контуром штампа.

В силу того, что при осадке на контактной поверхности реализуется прилипание, отрезок $2l$, вероятно, равен длине дуги, которую стягивает названная хорда. Поэтому можно записать, что

$$\frac{l}{h} = \frac{1}{1 - \frac{\Delta h}{R}} \arccos \left(1 - \frac{\Delta h}{R} \right). \quad (4.37)$$

Эта функция графически изображена на рис. 58. С помощью формулы (4.37) или графика (рис. 58) можно поставить на напряженно-деформированное состояние в зависимость от $\Delta h/R$.

При поперечной ковке круглой заготовки поле линий скольжения может быть принято таким же, как при ковке полосы узкими бойками [170]. При поперечной ковке $2l$ — ширина контакта заготовки с инструментом, $2h$ — расстояние между бойками (рис. 57). Все, что было сказано о напряженном состоянии при ковке полосы узкими бойками, целиком справедливо для поперечнойковки круглой заготовки. Показатель напряженного состояния в центре заготовки достигает значения $+1$ и даже несколько больше. Он будет тем больше, чем меньше обжатие.

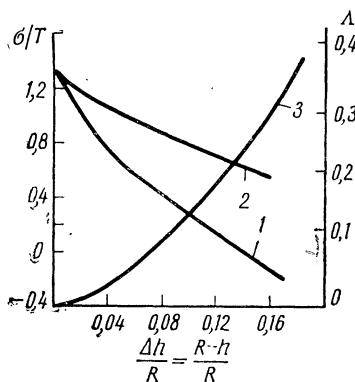


Рис. 59. Напряженно-деформированное состояние в центре при поперечной ковке круглой заготовки:

1 — показатель напряженного состояния в конечный момент обжатия на величину $\Delta h/R$; 2 — средний показатель напряженного состояния при осадке от 0 до $\Delta h/R$; 3 — степень деформации сдвига в центральной зоне заготовки

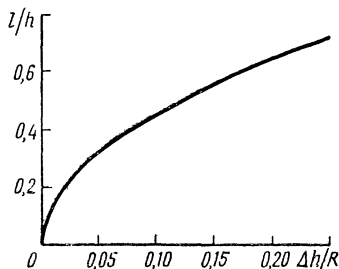


Рис. 58. Зависимость ширины контактной зоны от обжатия круглой заготовки плоскими штампами

Используя формулу (4.37), можно показатель напряженного состояния, вычисленный в п. 1, поставить в зависимость от $\Delta h/R$ обжатия. На рис. 59 кривая 1 показывает значение σ/T в центре заготовки в конечный момент обжатия на величину $\Delta h/R$. При ковке интересно знать средний показатель за время развития деформации от 0 до $\Delta h/R$. Кривая 2 дающая эту зависимость, получена численным интегрированием по формуле

$$\left(\frac{\sigma}{T} \right)_{\text{ср}} = \frac{R}{\Delta h} \int_0^{\Delta h/R} \frac{\sigma}{T} d \left(\frac{\Delta h}{R} \right).$$

В. С. Смирновым [148] и М. Я. Бровманом [26] показано, что пластические деформации распространяются до центра круглой заготовки при обжатии более 1,5—2,0%. Больше сведений о дефор-

мированном состоянии, необходимых для оценки разрушения, с помощью метода линий скольжения получить нельзя.

Воспользуемся для оценки деформированного состояния в центре заготовки вариационным решением задачи, описанным в п. 3.

Напряжения в центре заготовки (точка O на рис. 57) можно подсчитать по формулам (4.27):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{l}{h} \left(\frac{5}{12} a_1 + a_2 \right), \\ \sigma_y &= a_3. \end{aligned} \right\} \quad (4.38)$$

Значения параметров a_1, a_2, a_3 приведены на рис. 49 в виде графиков зависимости от l/h . С помощью формул (4.38) можно подсчитать показатель напряженного состояния:

$$\frac{\sigma}{T} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{|\sigma_x - \sigma_y|}.$$

Расчеты по этой формуле дают при прочих равных условиях меньшее значение показателя напряженного состояния (более «мягкая» схема), чем было получено в п. 1 методом линий скольжения. Это можно объяснить тем, что при выводе формул (4.27) была принята среда не жесткая со степенным упрочнением. В расчетах разрушения целесообразно пользоваться значением показателя напряженного состояния, полученным для жесткого идеально пластического материала, так как он показывает большую опасность разрушения металла при прочих равных условиях. В этом случае будет введен, возможно, некоторый запас прочности.

Зная интенсивность касательных напряжений $T = 0,5 |\sigma_x - \sigma_y|$, с помощью уравнения состояния можно определить интенсивность скорости деформаций сдвига. В нашем случае ее значение в центре заготовки в конечный момент осадки на величину $\Delta h/R$ будет таким:

$$H = \frac{A}{8} \left| \left(\frac{5}{12} a_1 + a_2 \right) \frac{l}{h} - a_3 \right|^3. \quad (4.39)$$

Подсчет интенсивности скорости деформаций сдвига по формуле (4.39) с учетом зависимости (4.37) дал следующие ее значения:

l/h	0	0,10	0,25	0,30	0,50	0,60
$\Delta h/R$	0	0,007	0,030	0,045	0,125	0,175
H/ξ	0	0,485	0,940	1,220	2,360	2,620

Здесь $\xi = \bar{v}_p/h$, где $\bar{v}_p$ — известная скорость движения штампа. Степень деформации в центре заготовки при перемещении штампа на величину Δh равна

$$\Lambda = \int_0^t H d\tau,$$

а так как

$$H = \frac{\bar{v}_p}{h} f\left(\frac{R-h}{R}\right), \quad d\tau = \frac{dh}{\bar{v}_p},$$

то

$$\Lambda = \left| \int_R^h f \left(\frac{R-h}{R} \right) \frac{dh}{h} \right|.$$

Значения функции $f \left(\frac{R-h}{R} \right)$ заданы в табличной форме. Сделаем в последней формуле замену переменных, обозначив $x = \frac{R-h}{R}$, тогда получим

$$\Lambda = \left| \int_0^{\Delta h/R} \frac{f(x) dx}{x-1} \right|.$$

Результаты численного интегрирования этого выражения приведены в виде кривой 3 на рис. 59.

Приведем пример оценки возможности разрушения в центре заготовки при поперечной ковке. Допустим, за один ход штампа заготовка из стали X12M получила деформацию $\frac{\Delta h}{R} \cdot 100 = 12\%$. Температураковки 1373° K (1100° C). Как видно из рис. 59, средний показатель напряженного состояния в центре $\left(\frac{\sigma}{T} \right)_{\text{ср}} = +0,6$, а степень деформации $\Lambda = 0,18$. Пластичность этой стали при таком напряженном состоянии $\Lambda_p = 1,14$ (табл. 4). За один удар штампа в центре заготовки степень использования пластичности будет

$$\Psi = \frac{0,18}{1,14} = 0,16.$$

Заготовка может выдержать без разрушения (Ψ должно быть меньше 1), по крайней мере, 6 ударов штампа с обжатием за удар 12% .

Рассмотрим напряженно-деформированное состояние и разрушение при поперечной прокатке. Пусть заготовка предварительно осажена на величину Δh штампами или валками, которые осуществляют поперечную прокатку. Показатель напряженного состояния, если расстояние между штампами остается неизменным, можно определить по кривой 1 на рис. 59.

При осадке заготовки на Δh деформация в центре протекает монотонно. Действительно, параметр деформированного состояния (1.19) остается во время осадки постоянным, так как $\xi_2 = 0$, а $\xi_1 = -\xi_3$. Для монотонного процесса степень деформации сдвига может быть подсчитана по формуле (1.16) при условии, если заменить компоненты деформации логарифмическими деформациями. Поэтому в нашем случае для центра заготовки можно записать

$$\Lambda = 2 \ln \frac{m_0}{m_1}. \quad (4.40)$$

Степень деформации известна, следовательно, можно определить изменение размеров элементарной ячейки, которая до обжатия заготовки на Δh имела высоту m_0 , а после обжатия m_1 .

Проследим за деформацией ячейки, сообщив заготовке вращение. После поворота заготовки на угол $\pi/4$ высота ячейки изменяется от m_1 до m_0 , т. е. за $1/8$ оборота центральная ячейка получит деформацию, степень которой Λ . За полный оборот степень деформации будет 8Λ . Итак, степень деформации сдвига в центре заготовки при ее поперечной прокатке после n оборотов можно подсчитать по формуле

$$\Lambda_{\text{пр}} = 8n\Lambda, \quad (4.41)$$

где Λ определяется по кривой 3 на рис. 59.

Сделаем примерный расчет допустимого числа оборотов при поперечной прокатке. Допустим, $\Delta h/R = 0,12$. Как следует из рис. 59, $\sigma/T = +0,05$, а $\Lambda = 0,18$. Воспользуемся условием разрушения (2.6). Имея в виду, что во время поперечной прокатки $\dot{\epsilon}$ и σ/T в центре неизменны, что средний коэффициент B , вероятно, можно принять по формуле (2.31) при $\gamma = 0,5^*$, что при поперечной прокатке $\lambda = \Lambda$, условие деформации без разрушения примет вид

$$\frac{\Lambda}{\Lambda_{p0}} \cdot \frac{\Lambda_{\text{пр}}}{\Lambda_p(\sigma/T)} < 1$$

или

$$n < \frac{\Lambda_{p0}\Lambda_p(\sigma/T)}{8\Lambda^2} = \frac{\Lambda_p(\sigma/T)}{8\Lambda B}. \quad (4.42)$$

Предложим примерный расчет по формуле (4.42) для стали 1Х18Н9Т, нагретой до температуры 1373° К (1100° С). В табл. 4 приведены данные о пластичности этой стали лишь при $\sigma/T = +0,6$. Но по характеру диаграмм пластичности известно, что $\Lambda_{p0} > 2,12$ и $\Lambda_p(+0,05) > 2,12$. Примем эти величины со знаком равенства, тогда с запасом получим, что заготовка без разрушения центральной зоны может выдержать, по крайней мере, 17 оборотов.

В расчетной формуле (4.42) фигурирует коэффициент B , который учитывает некоторое залечивание микродефектов вследствие циклического характера действия напряжений. Действительно, при $\sigma/T \approx 0$ в центре заготовки в направлении осадки $\sigma_y = -\tau_s$, а в поперечном направлении $\sigma_x = +\tau_s$. Некоторая площадка в центре заготовки при ее вращении испытывает циклическое воздействие напряжений растяжения и сжатия точно так же, как и при знакопеременном кручении, поэтому для B можно принять формулу (2.31).

Теперь предположим, что прокатка происходит при $\Delta h/R \approx 0,02$. В этом случае в центре заготовки $\sigma/T = +0,9$, т. е. преобладают растягивающие напряжения и $\sigma_y \approx 0$. Если сжимающие напряжения очень малы или отсутствуют, то залечивание происходить не будет и коэффициент $B = 1$. В промежуточных случаях $0,02 < \frac{\Delta h}{R} \leq$

* Данных о разрушении при циклической деформации металлов в нагретом состоянии нет. Для получения таких сведений можно порекомендовать специальное устройство, которое предложено автором совместно с С. И. Орловым [91],

$\leq 0,12$, коэффициент B примем по формуле линейной интерполяции. Тогда расчетная формула допустимого числа оборотов заготовки без опасности разрушения примет такой вид:

$$n = \frac{\Lambda_p \left[\frac{\sigma}{T} \left(\frac{\Delta h}{R} \right) \right]}{8\Lambda \left(\frac{\Delta h}{R} \right) B}, \quad (4.43)$$

где

$$B = \left[1 - \frac{\Lambda \left(\frac{\Delta h}{R} \right)}{\Lambda_p \left(\frac{\sigma}{T} = 0 \right)} \right] \left(1,2 - 10 \frac{\Delta h}{R} \right) + \frac{\Lambda \left(\frac{\Delta h}{R} \right)}{\Lambda_p \left(\frac{\sigma}{T} = 0 \right)}.$$

Примерно таким же образом, как описано выше, можно сделать расчет в случае, когда в процессе прокатки бойки сближаются или заготовка проходит конус прошивки прошивного стана. Заметим, что приведенный здесь пример лишь иллюстрирует подход к вопросу о разрушении при поперечной прокатке. Для такого расчета недостает экспериментальных данных о пластичности металлов и следует учитывать разогрев металла за счет работы деформации.

5. Прокатка листа

Рассмотрим прокатку широкой полосы в гладких валках, считая деформацию плоской. Под прокаткой листа будем подразумевать прокатку полос разной толщины: от слябов и блюмов до собственно листов. Решение вопроса о напряженно-деформированном состоянии методом характеристик, которое приведем ниже, будет справедливо для большей части полосы, за исключением небольших крайних зон, которые рассмотрим отдельно. В части определения напряжений будем следовать за работой [27].

Очаг деформации при прокатке, как известно, характеризуется двумя параметрами: α — угол захвата и $m = l/h_c$, где l — горизонтальная проекция длины дуги захвата, h_c — средняя толщина полосы (рис. 60)

Пусть $m < 1$, что имеет место на обжимных, заготовочных и толстолистовых станах. Так как напряжения не заданы, то сделаем допущения о виде поля линий скольжения. Заменим дугу захвата хордой и примем, что в треугольнике ABC поле линий скольжения состоит из ортогональных прямым линиям, а среднее напряжение в нем $\sigma = \sigma_0 = \text{const}$ *. Угол наклона прямой AC — φ_0 и параметр σ_0 пока выберем произвольно. Далее, пусть в областях ACD и BCE имеет место круговое центрированное поле характеристик. Углы α_1 и α_2 , характеризующие величины секторов, заранее неизвестны.

* Строго говоря, поле линий скольжения в треугольнике ABC будет иным, так как при прокатке касательные контактные напряжения имеют разные знаки. Однако это допущение не будет грубым для вычисления напряженного состояния в удаленных областях и в то же время обеспечит определенную простоту решения.

В области $CDOE$ поле линий скольжения можно построить численно: имеем вторую краевую задачу — заданы значения угла φ на двух пересекающихся характеристиках DC и EC . Построение продолжается до получения точки O , в которой характеристики пересекут ось симметрии. Условие, что граничные характеристики ADO и BEO должны сойтись в точке O под углом $\pi/4$ и $3\pi/4$ к направлению прокатки, определяет углы α_1 и α_2 . Построенное таким образом поле линий скольжения содержит два пока неизвестных параметра: φ_0 и σ_0 . Их можно определить из условий равновесия переднего и заднего концов полосы.

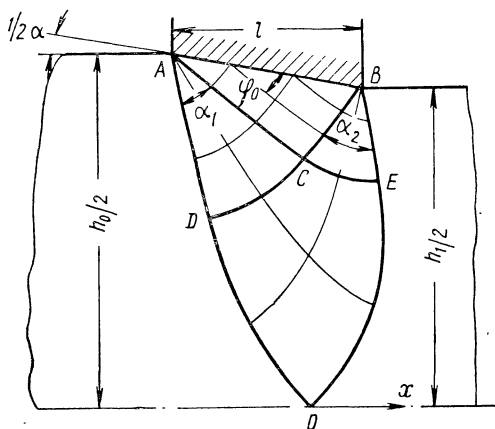


Рис. 60. Очаг деформации и поле линий скольжения при прокатке ($m < 1$)

Сумма проекций на ось x всех сил, действующих на передний конец, равна нулю. Напряжения на характеристиках BEO и ADO выражены через φ_0 и σ_0 . Второе уравнение для определения σ_0 и φ_0 получим, составив сумму проекции на ось x всех сил, действующих на задний конец. Вычислив φ_0 и σ_0 , определим все поле напряжений в очаге деформации.

М. Я. Бровман, построив описанным методом поля линий скольжения, сделал расчет среднего удельного давления при прокатке высоких полос ($m < 1$) и определил коэффициент $n_\sigma = p/2\tau_s$ [27]. Величина n_σ позволяет определить показатель напряженного состояния в приконтактной области ABC . Действительно, из условия пластичности

$$\sigma_x = -p + 2\tau_s \quad (\sigma_y = -p)$$

и по определению получаем

$$\left(\frac{\sigma}{T}\right)_k = \frac{\sigma}{\tau_s} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2\tau_s} = \frac{-p + \tau_s}{\tau_s} = -2n_\sigma + 1. \quad (4.44)$$

На рис. 61 приведены результаты подсчета показателя напряженного состояния в приконтактной области в зависимости от параметров m и α . Следует заметить, что зависимость $(\sigma/T)_k$ от α в диапазоне его изменения от 0 до $0,525 \text{ рад}$ ($0-30^\circ$) незначительна. Углу $\alpha = 0$ соответствует ковка высокой полосы узкими бойками. Во всех случаях получены очень малые значения σ/T , что свидетельствует о чрезвычайно мягкой схеме напряженного состояния в приконтактной области. Это не только способствует получению больших деформаций без разрушения, но и в некоторой степени благоприятствует

залечиванию внутренних дефектов слитка¹. Наименьшее значение $(\sigma/T)_k$ при прокатке находится в пределах от -3 до $-4,1$. Излом на кривых рис. 61 обусловлен качественным изменением характера формоизменения: при $m < 0,15$ деформации локализуются в зоне контакта полосы с валками и не проникают до ее середины.

Слабая зависимость $(\sigma/T)_k$ от угла захвата α дает основание полагать, что показатель напряженного состояния в точке O (рис. 60) будет примерно таким же, как при осадке высокой полосы узкими бойками с таким же значением параметра m . Кривая на рис. 61 дает зависимость показателя напряженного состояния в центре полосы $(\sigma/T)_0$ от параметра m .

Напряженное состояние в центре полосы и в приконтактной зоне имеет весьма большую разницу. Максимальное различие имеет место при $m \approx 0,15 \div 0,20$. Так, если в приконтактной зоне наименьшее значение $(\sigma/T)_k = -4,1$, то при этих же условиях показатель напряженного состояния в центре очага деформации будет $(\sigma/T)_0 = +1,1$. Опытные данные о пластичности металлов, приведенные в гл. II, показывают, что при изменении σ/T от -4 до $+1$ пластичность может уменьшиться даже на порядок.

Располагая полем линий скольжения, можно подсчитать в рассматриваемом процессе прокатки степень деформации сдвига. Она просто подсчитывается для линии тока, совпадающей с осью x . На оси x элемент претерпевает монотонную деформацию, поэтому степень деформации в центре полосы после прокатки

$$\Lambda = 2 \ln \frac{h_0}{h_1}. \quad (4.45)$$

Во всех других частях степень деформации сдвига будет больше, чем подсчитанная по формуле (4.45) для центра полосы, так как там деформация будет немонотонной. Правда, трудно ожидать большого различия в степени деформации по толщине полосы. Поэтому при определении возможного места разрушения в случае прокатки полосы с $m = 0,15 \div 0,5$ преобладающее значение имеет показатель напряженного состояния и наиболее вероятным местом появления дефектов в виде несплошности является середина полосы.

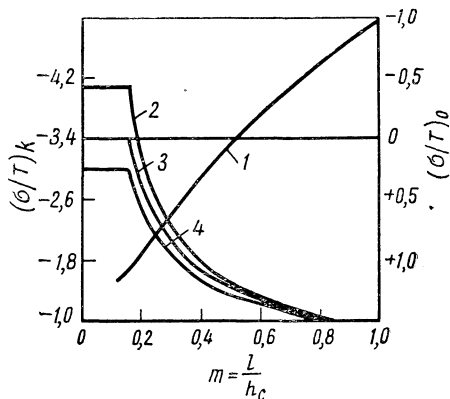


Рис. 61. Показатель напряженного состояния при прокатке:

1 — в центре полосы — $(\sigma/T)_0$ и в приконтактной зоне — $(\sigma/T)_k$ для α ; 2 — 0 рад (0°); 3 — $0,350 \text{ рад}$ (20°); 4 — $0,525 \text{ рад}$ (30°)

¹ Следует заметить, что этот вывод справедлив лишь с точностью принятых в работе [27] допущений. Если учесть неравномерность температуры полосы, то это утверждение может оказаться неверным.

Определим степень использования пластичности металла Ψ в центре полосы. Допустим, что даны размеры раската до и после i -того пропуска, а также диаметр валков. Известным способом можно подсчитать параметр m_i и по кривой 1 на рис. 61 определить показатель напряженного состояния $(\sigma/T)_{oi}$. Необходимо иметь данные о пластичности прокатываемого металла Λ_p в достаточно широком интервале изменения показателя напряженного состояния k , позволяющие определить Λ_p при $k = \left(\frac{\sigma}{T}\right)_{oi}$ и данных температурно-скоростных условиях. Тогда получим

$$\Psi_i = \frac{2 \ln h_{oi}/h_{1i}}{\Lambda_p \left[k = \left(\frac{\sigma}{T}\right)_{oi} \right]}. \quad (4.46)$$

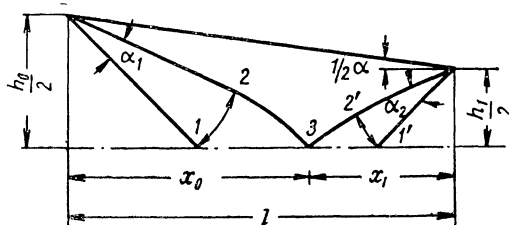


Рис. 62. Поле линий скольжения в прокатываемой полосе ($m > 1$)

Здесь не учтены диффузионные процессы залечивания дефектов, поэтому подсчет Ψ по формуле (4.46) дает завышенное значение использования пластичности. Условие деформирования полосы за n пропусков без разрушения в центре

$$\sum_{i=1}^n \Psi_i < 1.$$

Несколько слов о напряженно-деформированном состоянии при прокатке листов, когда $m > 1$. На рис. 62 показано поле линий скольжения для этого случая [27]. Как показывают расчеты, во всем очаге деформации имеет место благоприятная схема напряженного состояния с показателем $\sigma/T < -1$. Так, например, если $m = 1,875$, то показатель σ/T в указанных на рис. 62 характерных точках будет таким:

Точка		1	2	3	2'	1'
σ/T		-1,0	-1,7	-2,5	-1,7	-1,0

При таком показателе напряженного состояния трудно ожидать разрушения металла в средних по ширине листа местах. Чем больше параметр m отличается от единицы, тем мягче показатель напряженного состояния.

Иная картина на кромках листа. Рассмотрим напряженное и деформированное состояния на кромке широкого листа при его про-

катке. Деформированное состояние известно. Действительно, уширения нет, т. е. $\xi_z = 0$, а $\xi_x = -\xi_y$. На линии тока, лежащей в плоскости $хоz$, как уже отмечалось, деформация монотонна, поэтому степень деформации можно подсчитать по формуле (4.45). Обратимся к формулам связи напряжений и скоростей деформаций (1.29). Из одной из них получим

$$\sigma = -2g_1(H)\xi_z, \quad (4.47)$$

так как на свободной поверхности $\sigma_z = 0$. Если же при прокатке нет уширения, как это имеет место при прокатке широкого листа, то показатель напряженного состояния на всей свободной поверхности кромки листа равен нулю. Если известна пластичность металла Λ_{p0} при $\sigma/T = 0$, то по формуле (4.45) можно подсчитать допустимое обжатие листа, не приводящее к появлению трещин:

$$h_0/h_1 < e^{\frac{1}{2} \Lambda_{p0}}. \quad (4.48)$$

В п. 3 главы II приведены данные о пластичности ряда металлов в холодном состоянии, которые позволяют подсчитать для них по формуле (4.48) допустимое обжатие при холодной прокатке листа из условия появления трещин на кромке. Допустимое обжатие, подсчитанное по формуле (4.48), имеет в виду, что кромка полосы до прокатки была качественной (достаточно гладкой) без концентраторов напряжений, уменьшающих пластичность. Роль таких концентраторов может быть большой и существенно снизит допустимое обжатие [101].

Как видно из формулы (4.47), в общем случае прокатки показатель напряженного состояния на свободной поверхности раската может быть $\frac{\sigma}{T} \geq 0$. Его величина зависит от деформированного состояния, действительно $g_1(H) = \frac{T}{H}$, тогда

$$\frac{\sigma}{T} = -\frac{\xi_z}{H}.$$

Это обстоятельство облегчает задачу определения показателя напряженного состояния, он может быть определен, например, по искажению при прокатке координатной сетки, нанесенной предварительно на поверхность образца. Таким экспериментальным путем были определены в широком диапазоне изменения условий деформации полосы напряженное и деформированное состояния на свободной поверхности раската. Эти эксперименты и их результаты описаны ниже.

Определение напряженно-деформированного состояния в объеме раската при его прокатке с трехмерным течением остается сложной, не решенной до сих пор задачей. Один из путей ее решения, возможно, будет связан с применением вариационного принципа одновременных возможных изменений напряженного и деформированного

состояний. Проиллюстрируем применение этого принципа на простейшей задаче трехмерного течения.

Рассмотрим задачу определения напряженно-деформированного состояния при осадке плоскими штампами прямоугольного параллелепипеда (рис. 63).

Эта операция используется при ковке на молотах и в качестве заготовительной операции перед штамповкой. Поэтому рассмотренная ниже задача имеет некоторое самостоятельное значение.

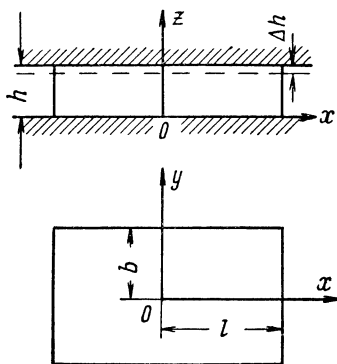


Рис. 63. Схема осадки прямоугольного параллелепипеда

Выберем кинематически возможное поле перемещений. Для тонкой пластины можно принять, что перемещения u_x и u_y от высотной координаты не зависят, а

$$u_z = -\frac{\Delta h}{h} z, \quad \epsilon_z = -\frac{\Delta h}{h} = -\epsilon.$$

Известно также, что зона прилипания мала и, приняв ее в виде точки, поместим туда начало координат. Примем силы трения в виде $\psi\tau_s$, тогда ψ — средний для контактной поверхности коэффициент трения.

Функцию для перемещения в продольном направлении примем в виде степенного ряда, учитывая, что он должен быть четным относительно y и нечетным относительно x , а также обращаться в нуль на оси y :

$$u_x = a_1 x + a_2 x \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) + a_3 x \left(1 - \frac{1}{3} \frac{x^2}{l^2}\right) + \dots$$

После дифференцирования этого уравнения получим

$$\epsilon_x = a_1 + a_2 \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) + a_3 \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right) + \dots,$$

а из условия несжимаемости

$$\epsilon_y = -(\epsilon_z + \epsilon_x) = \epsilon - a_1 - a_2 \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) - a_3 \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right) - \dots \quad (4.53)$$

После интегрирования этого уравнения и удовлетворения условия $u_{y/y=0} = 0$ найдем составляющую перемещения в поперечном направлении:

$$u_y = (\epsilon - a_1) y - a_2 y \left(1 - \frac{1}{3} \frac{y^2}{b^2}\right) - a_3 y \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right) - \dots$$

Относительные сдвиги запишутся так:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{xz} &= \gamma_{yz} = 0, \\ \gamma_{xy} &= -a_3 \frac{2xy}{l^2} - a_2 \frac{2xy}{b^2} + \dots \end{aligned} \right\}$$

Ограничимся, как и в работе [79], первым приближением, обозначив $a_1 = a$. Тогда перемещения и деформации запишутся так:

$$\left. \begin{aligned} u_x &= ax, & \varepsilon_x &= a, \\ u_y &= (\varepsilon - a)y, & \varepsilon_y &= \varepsilon - a, \\ u_z &= -\varepsilon z, & \varepsilon_z &= -\varepsilon. \end{aligned} \right\} \quad (4.49)$$

Выберем статически возможное напряженное состояние при осадке прямоугольного параллелепипеда. В силу симметрии рассмотрим $1/8$ часть пластины (рис. 63).

Силы трения постоянны и равны $\tau = \psi \tau_s$. На контактной поверхности компоненты этой силы

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= \tau_{xz}|_{z=h} = -\tau \cos \varphi, \\ \tau_2 &= \tau_{yz}|_{z=h} = -\tau \sin \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (4.50)$$

В силу коллинеарности векторов τ и $u_\tau = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$ направляющие $\cos \varphi$ и $\sin \varphi$ в (4.50) могут быть представлены:

$$\cos \varphi = \frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}, \quad \sin \varphi = \frac{u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}. \quad (4.51)$$

С учетом (4.49), (4.50) и (4.51) представим касательные напряжения так:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xz} &= -\tau \frac{z}{h} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + k^2 y^2}}, \\ \tau_{yz} &= -\tau \frac{z}{h} \cdot \frac{ky}{\sqrt{x^2 + k^2 y^2}}, \\ \tau_{xy} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.52)$$

где

$$k = \left(\frac{\varepsilon}{a} - 1 \right), \quad \text{а } \varepsilon = \frac{\Delta h}{h}.$$

Принятие τ_{xy} равным нулю соответствует точности поставки задачи о формоизменении.

Интегрируя дифференциальные уравнения равновесия с учетом (4.52) и удовлетворяя граничные условия

$$\sigma_x|_{x=l} = 0,$$

$$\sigma_y|_{y=b} = 0,$$

получим

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \tau \frac{1}{h} (\sqrt{x^2 + k^2 y^2} - \sqrt{l^2 + k^2 y^2}), \\ \sigma_y &= \tau \frac{1}{hk} (\sqrt{x^2 + k^2 y^2} - \sqrt{x^2 + k^2 b^2}), \\ \sigma_z &= \frac{1}{2} \tau \frac{kx^2 + k^2 y^2}{(x^2 + k^2 y^2)^{3/2}} \cdot \frac{z^2}{h} + \varphi(x, y). \end{aligned} \right\} \quad (4.53)$$

Итак, в формулах статически возможного напряженного состояния (4.52) и (4.53) тонкой прямоугольной пластины есть одна неизвестная варьируемая функция $\varphi(x, y)$. Кинематически возможное деформированное состояние задано с помощью выражений (4.49), также имеющих один неизвестный варьируемый коэффициент a .

Запишем вариационное уравнение принципа (3.31) для нашего случая (задачу решаем в перемещениях). Решение составим для идеально пластичной среды, для которой

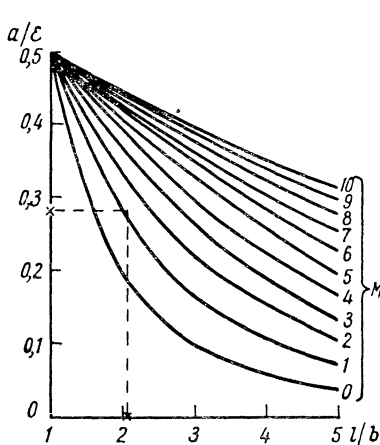


Рис. 64. График для определения деформаций при осадке прямоугольного параллелепипеда

$$\begin{aligned}
 g_1(\Gamma) &= \frac{\tau_s}{\Gamma}, \quad g_2(T) = \frac{\Gamma}{\tau_s}. \\
 &\delta \left\{ \int_0^l \int_0^b \int_0^h \left[\int_0^\Gamma \tau_s d\Gamma + \int_0^T \frac{\Gamma}{\tau_s} T dT \right] \times \right. \\
 &\quad \times dx dy dz - \int_0^l \int_0^b \left[-\Delta h \sigma_{z|z=h} - \right. \\
 &\quad \left. - \int_0^{\tau_1} \frac{u_s(\tau, p)}{\tau} \tau_1 d\tau_1 - \right. \\
 &\quad \left. - \int_0^{\tau_2} \frac{u_s(\tau, p)}{\tau} \tau_2 d\tau_2 - \int_0^{u_x} \frac{\tau}{u_s} \times \right. \\
 &\quad \left. \times u_x du_x - \int_0^{u_y} \frac{\tau}{u_s} u_y du_y \right] dx dy \Big\} = \\
 &= 0. \quad (4.54)
 \end{aligned}$$

Напомним, что варьирование осуществляется по верхним пределам интегралов в квадратных скобках. Дифференцируя выражение в фигурных скобках (4.54) по a , получим

$$\int_0^l \int_0^b \int_0^h \tau_s \frac{d\Gamma}{da} dx dy dz + \int_0^l \int_0^b \psi \tau_s \frac{u_x \frac{du_x}{da} + u_y \frac{du_y}{da}}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} dx dy = 0$$

или

$$blh \frac{2a - \varepsilon}{\sqrt{a^2 - a\varepsilon + \varepsilon^2}} + \psi \int_0^l \int_0^b \frac{ax^2 - (\varepsilon - a)y^2}{\sqrt{a^2x^2 + (\varepsilon - a)^2y^2}} dx dy = 0. \quad (4.55)$$

Уравнение (4.55) содержит одну неизвестную величину, его решение относительно a осуществлено численно и приведено на рис. 64.

Вторая варьируемая величина $\varphi(x, y)$ входит во второй интеграл в первой квадратной скобке и в первую величину ($\sigma_{z|z=h}$) во вто-

рой квадратной скобке. Имея это в виду, уравнение (4.54) для второй неизвестной величины запишем

$$\delta \left\{ \int_0^l \int_0^b \int_0^h \frac{\Gamma}{\tau_s} [\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x \sigma_y - \sigma_y \sigma_z - \sigma_z \sigma_x + 3\tau_{xz}^2 + 3\tau_{yz}^2] \times \right. \\ \left. \times dx dy dz + 6 \Delta h \int_0^l \int_0^b [\sigma_z|_{z=h}] dx dy \right\} = 0. \quad (4.56)$$

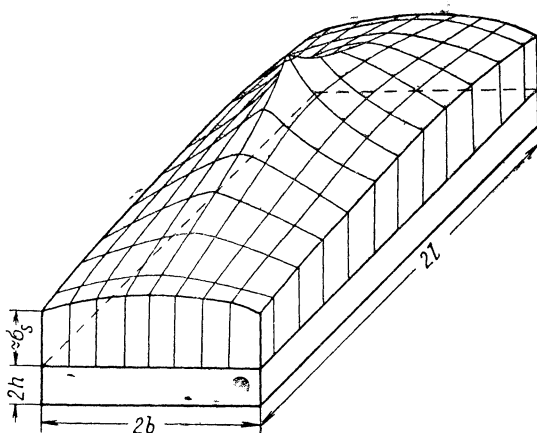


Рис. 65. Эпюра удельных давлений при осадке прямоугольного параллелепипеда

Для определения $\varphi(x, y)$ составим для функционала в фигурных скобках (4.56) уравнение Остроградского—Эйлера. Решение этого линейного уравнения будет таким:

$$\varphi(x, y) = -0,864 \sigma_s \frac{\varepsilon}{\sqrt{a^2 - a\varepsilon + \varepsilon^2}} - \psi \tau_s \frac{h}{6} \cdot \frac{k^2 y^2 + kx^2}{\sqrt{(x^2 + k^2 y^2)^3}} + \\ + \frac{\psi \tau_s}{2kh} (\sqrt{x^2 + k^2 y^2} - \sqrt{x^2 + k^2 b^2}) + \\ + \frac{\psi \tau_s}{2h} (\sqrt{x^2 + k^2 y^2} - \sqrt{l^2 + k^2 y^2}) \quad (4.57)$$

В уравнении (4.57) величина a известна.

Итак, рис. 64 и формула (4.57) дают значения искомых величин a и $\varphi(x, y)$, входящих в формулы (4.49), (4.52) и (4.53), которые определяют напряженное и деформированное состояние при осадке прямоугольного параллелепипеда. Третья формула в (4.53) при $z = h$ дает удельное давление на штамп. На рис. 65 приведена вычисленная по этой формуле эпюра нормальных напряжений на контактной поверхности (принято: $h = 1,9$ мм, $b = 12,35$ мм, $l = 22,2$ мм, $\tau = 0,2\sigma_s$).

6. Прокатка на обжимных и сортовых станах (напряженно-деформированное состояние на поверхности раската)

Готовая продукция в современных цехах горячей прокатки производится в большинстве случаев в два передела. Сначала слитки превращают в полупродукт, который затем прокатывают в готовый профиль. Зачастую поверхность полупродукта (блюмов, слябов) поражена дефектами. Часть дефектов можно отнести к категории дефектов, возникших в результате разрушения металла при прокатке на обжимных станах. Поверхностные дефекты в отличие от внутренних разрывов при последующей прокатке не залечиваются, а постепенно развиваются и накапливаются, приводя к повышению брака или снижению сорта готового профиля.

Выбор режима обжатий должен основываться не только на энергосиловых параметрах процесса, но и на проверке режима из условий прокатки металла без разрушения.

Это требование особенно важно при разработке режима обжатий слитков, имеющих пониженную пластичность из-за литой структуры металла и несовершенства средств нагрева. Такой подход к решению проблемы качества требует детального изучения напряженно-деформированного состояния при прокатке, а также накопления данных о пластичности сталей в зависимости от схемы напряженного состояния, температуры, скорости деформации и макроструктуры.

В настоящее время теория прокатки не располагает данными о значении показателя напряженного состояния σ/T и степени деформации (точнее совокупности величин, определяющих полностью деформированное состояние) внутри и на поверхности полосы при ее прокатке в условиях трехмерного течения. Автор с сотрудниками располагает экспериментальными данными о напряженно-деформированном состоянии на боковой поверхности полосы при ее прокатке в гладких валках. Эти данные, которые приведены ниже, могут быть использованы в качестве оценки для разработки технологии прокатки без разрушения.

Деформированное состояние поверхностных слоев металла исследовали с помощью метода накатанных сеток [183], наносимых на поверхность тела типографским способом. Накатанные сетки деформируются вместе с образцами, сохраняя непрерывность и четкость линий.

В исследовании применили сетку, включающую в себя систему пересекающихся перпендикулярных линий и вписанных в квадраты сетки окружностей. Такой вид сетки позволяет определить средние для каждой ячейки компоненты тензора деформации, главные деформации и их направления. База сетки (расстояние между параллельными линиями) составляла 2,93 мм. Измерение деформированной координатной сетки проводили на инструментальном микроскопе с точностью до 0,005 мм. При этом определяли величину и направ-

ление большой и малой осей эллипсов первоначально круглой ячейки.

Для опытов изготовили серию свинцовых образцов с различным соотношением сторон поперечного сечения (табл. 13).

ТАБЛИЦА 13. РАЗМЕРЫ СВИНЦОВЫХ ОБРАЗЦОВ
И ПАРАМЕТРЫ ПРОКАТКИ НА СТАНЕ

Исходные размеры образца $H \times B$, мм	ΔH , мм	ΔB , мм			l , мм	$\frac{l}{H_{\text{ср}}}$	$\epsilon_z = \frac{\Delta H}{H_0} 100\%$
		макс.	мин.	средн.			
60×36	7,5	1,2	0,2	0,7	19,3	0,346	12,65
	5,9	—	—	—	17,2	0,300	9,84
	10,4	3,5	0,4	1,95	22,72	0,417	17,4
60×60	18,4	3,7	0,1	1,9	30,3	0,598	30,8
	2,1	1,3	0,0	0,65	10,2	0,174	3,5
	6,3	2,6	0,4	1,5	17,7	0,312	10,5
	9,9	3,0	0,6	1,8	22,34	0,402	16,55
60×84	11,3	3,1	0,4	1,75	23,7	0,438	18,89
	2,9	1,4	0,0	0,7	12,1	0,208	4,86
	5,3	2,1	0,2	0,15	16,3	0,286	8,92
	9,3	3,6	1,4	2,5	21,4	0,388	15,5
84×60	11,5	5,9	0,5	3,2	23,74	0,302	13,71

Образцы прокатывали на лабораторном стане, имеющем диаметр валков 115 мм с разными обжатиями. Для изучения напряженно-деформированного состояния боковой поверхности вдоль очага деформации образцы затормаживали в валках.

Продольные линии координатной сетки исходного образца на недокатах превращаются в линии тока. В пределах очага деформации вдоль линии тока имелось несколько эллиптических ячеек. Степень деформации сдвига некоторой частицы, прошедшей вдоль линии тока через очаг деформации, можно подсчитать так:

$$\Lambda = \int_0^t H d\tau \approx \sum_{i=1}^n \Delta\Lambda_i, \quad (4.58)$$

где $\Delta\Lambda_i$ — степень деформации сдвига, которую претерпела некоторая $(i-1)$ -я ячейка, перейдя i -тое положение.

Деформация $\Delta\Lambda_i$ малая, можно считать, что она протекала монотонно. Тогда

$$\Delta\Lambda_i = 2 \sqrt{\epsilon_{1i}^2 + \epsilon_{1i}\epsilon_{2i} + \epsilon_{2i}^2}, \quad (4.59)$$

где $\epsilon_{1i} = \ln \frac{a_i}{a_{i-1}}$; $\epsilon_{2i} = \ln \frac{b_i}{b_{i-1}}$,

a и b — большая и малая оси эллиптической ячейки i и $(i-1)$ номеров.

В опытах проследили за деформацией ячеек на средней линии тока, которая лежит в плоскости симметрии образца, на линии тока в приконтактной области боковой поверхности и на промежуточной линии тока, лежащей между двумя названными линиями. Оказалось, что деформированное и напряженное состояния в исследованном интервале изменения параметра B/H не зависят от ширины образца. Существенное влияние на Λ и σ/T оказывает параметр $l/H_{\text{ср}}$ (l — длина очага деформации, $H_{\text{ср}}$ — средняя высота образца в очаге деформации).

Результаты опытов по определению Λ представлены на рис. 66. Для удобства степень деформации сдвига представлена в виде отношения к величине Λ_0 , которую подсчитывали так:

$$\Lambda_0 = 2 \sqrt{\left(\ln \frac{H_1}{H_0}\right)^2 + \ln \frac{H_1}{H_0} \ln \frac{B_1}{B_0} + \left(\ln \frac{B_1}{B_0}\right)^2}, \quad (4.60)$$

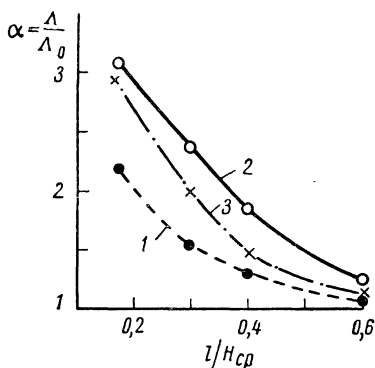
где H_0 , H_1 и B_0 , B_1 — высота и ширина образца до и после прокатки.

В связи с тем что боковая грань после прокатки не плоская, то B_1 определили как среднее арифметическое между $B_{\min}$ и $B_{\max}$. По физическому смыслу величина Λ_0 соответствует степени деформации сдвига при условии, что формоизменение при прокатке протекало монотонно. Коль скоро в действительности прокатка процесс не монотонный, то отношение $\Lambda/\Lambda_0 > 1$.

Чем меньше параметр $l/H_{\text{ср}}$, тем ярче выражена демонотонность деформации металла на боковой грани полосы. Демонотонность выше в приконтактной области, чем на средней линии тока. При $l/H_{\text{ср}} \approx 0,6$ для средней линии тока коэффициент $\alpha = 1,08$ и с достаточно малой степенью погрешности Λ_0 можно принять за степень деформации сдвига. При малых $l/H_{\text{ср}}$ действительная степень деформации может быть в 2—3 раза больше кажущейся и подсчитываемой по формуле (4.60).

Рис. 66. Степень деформации сдвига на боковой поверхности прямоугольного образца при его прокатке в гладких валах:

1 — средняя линия тока; 2 — линия тока в приконтактной области; 3 — промежуточная линия тока



Был определен средний показатель σ/T для каждой из рассмотренных выше линий тока. На свободной поверхности нет нормального к ней напряжения. Поэтому по деформированному состоянию, которое определено выше, можно подсчитать показатель напряженного состояния. Действительно, из физических уравнений состояния известно, что

$$\sigma_3 - \sigma = 2 \frac{T}{\Gamma} \varepsilon_3,$$

следовательно, на боковой поверхности ($\sigma_3 = 0$)

$$\frac{\sigma}{T} = -\frac{2\varepsilon_3}{\Gamma}.$$

Показатель напряженного состояния при перемещении ячейки вдоль линии тока из положения ($i - 1$) в i будет

$$\left(\frac{\sigma}{T}\right)_i = \frac{2(\varepsilon_{1i} + \varepsilon_{2i})}{\Delta\Lambda_i}.$$

Средний показатель напряженного состояния, при котором деформирована при прокатке некоторая ячейка, можно определить как средневзвешенную величину:

$$\left(\frac{\sigma}{T}\right)_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma}{T}\right)_i \Delta\Lambda_i}{\Lambda}.$$

На рис. 67 приведены результаты опытного определения $(\sigma/T)_{\text{ср}}$. Показатель напряженного состояния зависит от $l/H_{\text{ср}}$ для середины (по высоте) боковой поверхности образца. Наихудший показатель напряженного состояния имеет место при малом $l/H_{\text{ср}}$ и равен $+0,37$.

С ростом $l/H_{\text{ср}}$ он улучшается (в смысле деформируемости металла) и достигает значения $-0,24$. Показатель напряженного состояния для приконтактной зоны практически не зависит от $l/H_{\text{ср}}$ и находится в пределах от $-0,05$ до $-0,18$.

Оценку возможности разрушения на боковой поверхности раската в заданных условиях прокатки можно произвести описанным выше способом.

Отжате и диаметр валков известны. Подсчитав $l/H_{\text{ср}}$ по рис. 66 и 67, можно определить α и $(\sigma/T)_{\text{ср}}$. После этого, используя формулу (4.60), найдем степень деформации в интересующем месте боковой поверхности раската $\Lambda = \alpha\Lambda_0$. Предполагается, что среднее уширение или вытяжка известны (подсчитаны теоретически или найдены экспериментально). Условие деформирования без разрушения на боковой поверхности

$$\frac{\alpha\Lambda_0}{\Lambda_p} < 1,$$

где Λ_p — пластичность металла при показателе напряженного состояния $(\sigma/T)_{\text{ср}}$.

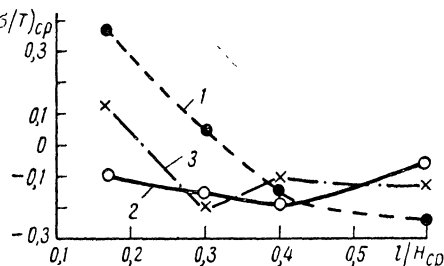


Рис. 67. Средний показатель напряженного состояния на боковой поверхности прямоугольного образца при его прокатке в гладких валках:

1 — средняя линия тока; 2 — линия тока в приконтактной области; 3 — промежуточная линия тока

Напряженно-деформированное состояние и использование пластичности металла при холодном волочении и прокатке труб

Степени деформации между отжигами при производстве холодно-катаных и особенно тянутых труб из ряда сталей значительно меньше степеней деформации, которые имеют место при холодной прокатке листа и волочении проволоки. Это обстоятельство, а также опытные данные о пластичности (удлинение, сужение) металла труб после его холодной деформации по существующей на предприятиях технологии [98] показывают на возможность в ряде случаев организовать многопроходное волочение и прокатку труб без промежуточного отжига. Это снизит их себестоимость и повысит производительность труда. В то же время деформация иных сталей в холодном и теплом состояниях сопровождается образованием трещин, разрывов и т. п. дефектов, связанных с разрушением металла. Для разработки технологии с рациональным использованием пластичности металла (максимальные степени деформации, не приводящие к разрушению) можно использовать описанную теорию разрушения.

В этой главе сделаны выводы формул для определения степени использования ресурса пластичности Ψ за один проход при безоправочном волочении и волочении на короткой и длинной оправках; даны расчетные графики. Сделан подсчет Ψ для ряда действующих маршрутов волочения, показавший существование значительных резервов. Изложены рекомендации по применению многопроходного волочения труб без промежуточного отжига.

Приведены экспериментальные данные о напряженном и деформированном состояниях труб на станах холодной прокатки труб (ХПТ). Сделан расчет степени использования ресурса пластичности металла за одну прокатку на стане ХПТ. Приведены значения Ψ , которые имеют место при прокатке труб по действующим маршрутам.

На примерах проектируемого и действующего цехов показана экономическая эффективность новой технологии, основанной на рациональном использовании пластичности металла. Описан ряд новых маршрутов волочения и холодной прокатки труб. Приведен расчет экономической эффективности, полученной от внедрения этих маршрутов.

1. Безоправочное волочение труб

Производство холоднодеформированных труб отличается многоциклическостью. Для того чтобы продеформировать горячекатаную заготовку с относительно большими размерами (диаметр 40—50 мм)

холодным способом до меньшего размера, требуется многократное повторение цикла: прокатка (или волочение), обезжиривание, отжиг, травление, нанесение покрытий или смазки для последующей прокатки или волочения. Сокращение цикличности на основе лучшего использования пластичности металла является большим разрывом сокращения расхода этого дорогого передела.

В настоящее время отсутствуют способы расчета предельной степени деформации того или иного металла исходя из его пластичности. В последующих двух пунктах сделана попытка определить возможности некоторых сталей деформироваться волочением до исчерпания пластичности. Эти расчеты показали существование больших резервов при производстве тонкостенных труб.

Определим использование ресурса пластичности за один проход:

$$\Psi = \int_0^t \frac{H}{\Lambda_p} d\tau \quad (5.1)$$

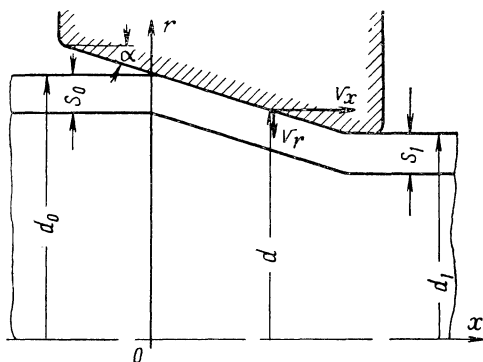


Рис. 68. Схема безправочного волочения тонкостенной трубы

при безправочном волочении тонкостенных труб с различной степенью обжатия по диаметру d_1/d_0 (рис. 68) для сталей марок 20, 45, ШХ15, 30ХГСА и Х18Н10Т, пластичность которых была исследована ранее. Для подсчета Ψ по формуле (5.1) воспользуемся результатом решения Г. А. Смирнова-Аляева и Г. Я. Гуна по определению деформированного состояния при обжатии, раздаче и волочении труб, полученного с помощью вариационного принципа возможных изменений деформированного состояния [142].

Для наиболее распространенных условий волочения можно принять угол наклона образующей конуса волокна $\alpha = 0,21 \text{ рад}$ (12°) и коэффициент трения в формуле Амонтона—Кулона $f = 0,1$. Тогда из уравнения (II.11) в работе [142] следует, что скорость радиального ξ_r и окружного ξ_θ удлинения в некотором поперечном сечении трубы связаны следующим уравнением:

$$\xi_r = \frac{1 - 3z^3}{1 + 3z^3} \xi_\theta, \quad (5.2)$$

где $z = d/d_0$.

Отсюда интенсивность скоростей деформации сдвига

$$H = +2 \sqrt{\xi_r^2 + \xi_r \xi_\theta + \xi_\theta^2} = 2 \sqrt{3} |\xi_\theta| \frac{\sqrt{1 + 3z^6}}{1 + 3z^3}. \quad (5.3)$$

Определим для этого же сечения показатель напряженного состояния. Очевидно, что

$$\sigma_r = \sigma + 2 \frac{T}{H} \xi_r.$$

Поскольку для тонкостенных труб $\sigma_r \approx 0$, то

$$\frac{\sigma}{T} = -2 \frac{\xi_r}{H},$$

или, имея в виду (5.2) и (5.3),

$$\frac{\sigma}{T} = \frac{1 - 3z^3}{\sqrt{3} \sqrt{1 + 3z^6}}. \quad (5.4)$$

Как видно из этой формулы, показатель напряженного состояния при безправочном волочении изменяется в пределах от $-0,58$ до $+0,58$. В этом интервале изменения показателя кривые Λ_r от σ/T на рис. 14 могут быть достаточно точно аппроксимированы выражением

$$\Lambda_p = A + B \left(\frac{\sigma}{T} \right). \quad (5.5)$$

Значение коэффициентов A и B для исследованных сталей при этом следующее:

Марка стали	A	B
20	1,9	-1,1
45	1,2	-0,8
ШХ15	1,5	-0,5
30ХГСА	1,7	-0,95
X18H10T	2,0	-0,3

Итак, подставив (5.3), (5.4) и (5.5) в (5.1) и имея в виду, что

$$|\xi_0| = \frac{2v_x \operatorname{tg} \alpha}{d}, \quad d\tau = \frac{dx}{v_x},$$

Рис. 69. Использование ресурса пластичности за один проход при безправочном волочении труб из сталей марок:

1 — 20; 2 — 45; 3 — ШХ15; 4 — 30ХГСА; 5 — X18H10T

получим формулу использования ресурса пластичности за один проход при безправочном волочении труб:

$$\Psi = \int_{d_1/d_0}^1 2 \sqrt{3} \frac{\sqrt{1+3z^6}}{z(1+3z^3)} \frac{dz}{A+B \frac{1-3z^3}{\sqrt{3} \sqrt{1+3z^6}}}. \quad (5.6)$$

На рис. 69 приведены значения Ψ , подсчитанные по формуле (5.6) для различной величины деформации d_1/d_0 трубы из сталей марок 20, 45, ШХ15, 30ХГСА, X18H10T. Анализ калибровок цехов холодного волочения труб одного из заводов показывает, что деформация за проход при безправочном волочении труб обычно составляет $d_1/d_0 =$

$= 0,60 \div 0,90$. При этом пластичность сталей 20 и X18H10T используется, как видно из рис. 69, только на 10—50%. Наименее пластичная сталь марки 45 теряет при этом ресурс пластичности на 10—75%. Из этих данных видно, что пластичность металла после одного прохода безоправочного волочения в условиях завода еще достаточно велика, чтобы осуществить дальнейшую деформацию труб.

Чем меньше деформация за проход, тем благоприятней схема напряженного состояния и тем большую степень деформации можно сообщить трубе способом многопроходного безоправочного волочения. Минимальная деформация за проход на заводе, как указывалось, составляет $d_1/d_0 = 0,90$. Если осуществить многопроходное волочение с такой разовой деформацией, то можно без промежуточной термической обработки получить общую деформацию:

Марки стали	Количество проходов	Общая деформация
20	14	0,24
45	8	0,43
ШХ15	9	0,39
30ХГСА	11	0,31
X18H10T	12	0,28

Если же деформация за проход при безоправочном волочении будет средней для условий завода $d_1/d_0 = 0,75$, то можно осуществить трех- или четырехпроходное волочение с общей деформацией $d_1/d_0 = 0,32 - 0,42$.

2. Оправочное волочение труб

Аналогичным образом определим степень использования ресурса пластичности при волочении труб на короткой неподвижной оправке (рис. 70, а) и на длинной подвижной оправке (рис. 70, б). Интеграл (5.1) можно представить в рассматриваемом случае в виде суммы

$$\Psi = \Psi_p + \Psi_0, \quad (5.7)$$

где Ψ_p — степень использования ресурса пластичности в зоне редуцирования (была определена в предыдущем параграфе);

Ψ_0 — степень использования ресурса пластичности в зоне обжатия стенки.

Вычислим Ψ_0 , пользуясь результатами Л. Е. Альшевского [3] по расчету напряженного состояния при волочении. Продольное напряжение в некотором сечении зоны обжатия стенки при волочении на короткой оправке тонкостенных труб по Л. Е. Альшевскому равно:

$$\sigma_x = 1,15\sigma_s \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 - 1} \left[1 - \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\varepsilon_1 - 1} \right] + \sigma_0 \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\varepsilon_1 - 1},$$

где

$$\varepsilon_1 = \frac{\operatorname{tg} \alpha + f}{(1 - f \operatorname{tg} \alpha) \operatorname{tg} \alpha} + \frac{f}{\operatorname{tg} \alpha};$$

f — коэффициент трения;
 $\sigma_0 = 1,15\sigma_s \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \left[1 - \left(\frac{d_1}{d_0} \right)^{\varepsilon - 1} \right]$ — напряжение в начале зоны обжатия стенки или напряжение редуцирования;

$$\varepsilon = \frac{\operatorname{tg} \alpha + f}{(1 - f \operatorname{tg} \alpha) \operatorname{tg} \alpha}.$$

Ограничимся рассмотрением наиболее распространенного случая, приняв $\alpha = 0,21 \text{ рад}$ (12°) и $f = 0,1$. Имея в виду условие пластичности

$$\sigma_x - \sigma_r = 1,15\sigma_s$$

и то, что деформированное состояние близко к плоскому, получим следующее значение показателя напряженного состояния в некотором поперечном сечении зоны обжатия стенки:

$$\frac{\sigma}{T} = 2 \left(1 - 3 \sqrt{\frac{d_1}{d_0}} \right) \frac{s}{s_0} + 3. \quad (5.8)$$

Интенсивность скорости деформации сдвига в зоне обжатия стенки в производственном сечении можно записать

$$H \approx 2 |\xi_r| = 2\xi_x,$$

а так как скорость удлинения

$$\xi_x = \frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{v_0 s_0}{s^2} \operatorname{tg} \alpha,$$

то

$$H = 2 \frac{v_0 s_0}{s^2} \operatorname{tg} \alpha. \quad (5.9)$$

Рис. 70. Схема волочения труб на короткой неподвижной (а) и длинной подвижной (б) оправках:

p — зона редуцирования; o — зона обжатия по толщине стенки трубы

Итак, вычислим степень использования ресурса пластичности в зоне обжатия стенки:

$$\Psi_0 = \int_0^t \frac{H d\tau}{A + B \left(\frac{\sigma}{T} \right)}. \quad (5.10)$$

Подставив (5.8) и (5.9) в (5.10), после интегрирования получим

$$\Psi_0 = \frac{2}{A + 3B} \ln \frac{(A + 3B) + 2B \left(1 - 3 \sqrt{\frac{d_1}{d_0}} \right) \frac{s_1}{s_0}}{(A + 3B) \frac{s_1}{s_0} + 2B \left(1 - 3 \sqrt{\frac{d_1}{d_0}} \right) \frac{s_1}{s_0}}. \quad (5.11)$$

На рис. 71, а—д приведены результаты подсчета степени использования пластичности по формулам (5.7) и (5.11) при волочении на короткой оправке с учетом обеих зон (редуцирования и обжатия стенки). Проанализируем с помощью этих графиков степень использования пластичности при однопроходном волочении на примерах калибровок, характерных для упомянутого завода (табл. 14).

При волочении на оправке без большой погрешности можно принять за d_1 наружный диаметр готовой трубы, так как в зоне обжатия

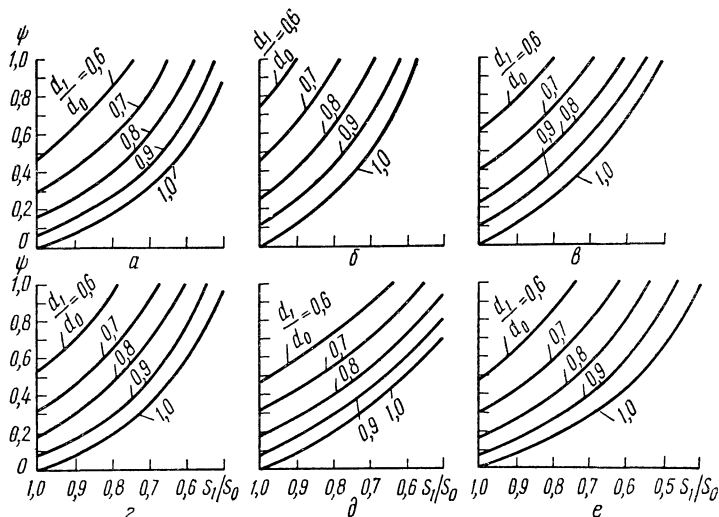


Рис. 71. Использование ресурса пластичности при волочении на короткой оправке труб из сталей марок:

20 (а), 45 (б), ШХ15 (в), 30ХГСА (г), Х18Н10Т (д) и на длинной оправке из стали марки 20 (е)

стенки изменение диаметра незначительно. При подсчете обжатия по стенке следует учитывать ее утолщение в зоне редуцирования за счет обжатия d_1/d_0 . Утолщение стенки определяли по Г. А. Смирнову-Аляеву и Г. Я. Гуну [142]. В табл. 14 приведены данные о степени использования пластичности сталей марок 20, 45, 30ХГСА, а также условно ШХ15 и Х18Н10Т*.

Пластичность стали марки 20 используется, как видно из табл. 14, на 19—70%, 45 на 41—100%, ШХ15 на 36—85%, 30ХГСА на 28—82% и Х18Н10Т на 28—62%. Итак, во многих случаях возможно повторное волочение. Следует отметить, что, несмотря на отечественный и зарубежный опыт [9, 32, 106, 108 и др.], еще редко применяется многопроходное волочение и тем самым мало используется большой резерв сокращения стоимости волочения.

Как и в случае безоправочного волочения, чем меньше степень деформации за проход, тем благоприятней схема напряженного со-

* Трубы из этих марок стали не производятся волочением на короткой оправке.

ТАБЛИЦА 14. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕСУРСА ПЛАСТИЧНОСТИ Ψ ПРИ КОРОТКОПРАВОЧНОМ ВОЛОЧЕНИИ

Диаметр и толщина стенки трубы, мм		Коэффициент вытяжки	$\frac{d_1}{d_0}$	$\frac{s_1}{s_0}$	Использование ресурса пластичности Ψ стали марки				
до волочения	после волочения				20	45	ШХ15	30ХГСА	Х18Н10Т
32×2,1	25×1,9	1,43	0,78	0,85	0,38	0,58	0,47	0,42	0,37
57×4,2	51×3,5	1,33	0,90	0,80	0,27	0,43	0,38	0,30	0,30
57×6,25	44×5,9	1,41	0,77	0,88	0,35	0,53	0,46	0,39	0,35
57×4,0	45×3,3	1,54	0,79	0,77	0,46	0,75	0,59	0,55	0,45
68×4,0	57×2,8	1,68	0,84	0,66	0,60	0,95	0,75	0,69	0,56
51×2,5	45×2,0	1,41	0,88	0,76	0,35	0,56	0,48	0,40	0,37
38×2,6	30×2,4	1,39	0,79	0,86	0,33	0,50	0,45	0,38	0,35
52×1,2	48×1,0	1,30	0,92	0,80	0,27	0,41	0,38	0,28	0,28
22×1,55	18×1,45	1,32	0,82	0,87	0,19	0,44	0,39	0,33	0,30
38×1,8	32×1,6	1,34	0,84	0,85	0,27	0,42	0,36	0,32	0,29
38×1,75	30×1,5	1,49	0,79	0,80	0,40	0,63	0,53	0,47	0,40
57×4,0	42×3,0	1,81	0,74	0,70	0,70	1,00	0,85	0,82	0,62

стояния и тем большую деформацию можно сообщить трубе при волочении на короткой оправке. Так, например, если осуществить многопроходное волочение на короткой оправке с деформацией за проход $\frac{d_1}{d_0} = \frac{s_1}{s_0} = 0,90$ (коэффициент вытяжки 1,235), то можно без промежуточной технической обработки и связанных с ней операций подготовки получить следующую общую деформацию:

Марка стали	Количество проходов	Общий коэффициент вытяжки
30	6	3,5
45	4	2,3
ШХ15	4	2,3
30ХГСА	5	2,9
Х18Н10Т	5	2,9

Еще большими возможностями обладает длинооправочное волочение на длинной оправке (рис. 70, д). Продольное напряжение в зоне обжатия стенки по Л. Е. Альшевскому в сечении, в котором толщина стенки трубы s , будет

$$\sigma_x = 1,15\sigma_s \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_2 - 1} \left[1 - \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\varepsilon_2 - 1} \right] + \sigma_0 \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\varepsilon_2 - 1},$$

где

$$\varepsilon_2 = \frac{\operatorname{tg} \alpha + f}{(1 - f \operatorname{tg} \alpha) \operatorname{tg} \alpha} - \frac{f}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

Для $\alpha = 0,21 \text{ рад}$ (12°) и $f = 0,10$ показатель напряженного состояния в некотором поперечном сечении зоны обжатия стенки, как нетрудно видеть, будет

$$\frac{\sigma}{T} = 2 \ln \frac{s_0}{s} + 5 - 6 \sqrt{\frac{d_1}{d_0}}. \quad (5.12)$$

Интенсивность скорости деформации сдвига в этом же сечении определена формулой (5.9). Подставив (5.12) и (5.9) в (5.10), получим формулу, которая определяет степень использования ресурса пластичности в зоне обжатия стенки при волочении труб на длинной оправке:

$$\Psi_0 = \frac{1}{B} \ln \frac{A + 5B - 6B \sqrt{\frac{d_1}{d_0}} + 2B \ln \frac{s_0}{s_1}}{A + 5B - 6B \sqrt{\frac{d_1}{d_0}}} \quad (5.13)$$

На рис. 71, *е* приведены результаты подсчета степени использования запаса пластичности при длиннооправочном волочении труб из стали марки 20. Сопоставление графиков рис. 71, *а* и *е* показывает, что при равных условиях исчерпание запаса пластичности при волочении на длинной оправке по сравнению с волочением на короткой оправке происходит медленнее. Разница тем более, чем меньше обжатие трубы по диаметру в зоне редуцирования и чем больше обжатие по стенке. В случае $d_1/d_0 = 1$ при обжатии по стенке $s_1/s_0 = 0,8$ и $0,5$ ресурс пластичности при волочении на длинной оправе используется меньше на 2 и 27% соответственно. Как и в предыдущих случаях, чем меньше разовая деформация, тем благоприятней напряженное состояние для достижения бóльшей общей деформации. Пластичность стали марки 20 такова, что позволяет при разовых деформациях $s_1/s_0 = 0,80 \div 0,90$ (без существенного редуцирования) осуществить соответственно 6—14 раз волочение с общим коэффициентом вытяжки 3,80—4,35. В работе [175] дан расчет степени использования ресурса пластичности при оправочном волочении труб из цветных металлов.

Расчеты степени использования ресурса пластичности при волочении труб показали, что однопроходное волочение далеко не полно исчерпывает пластичность исследованных сталей. Запасы пластичности сталей после однопроходного волочения таковы, что позволяют производить дальнейшую их пластическую деформацию волочением. На этой основе следует шире применять многопроходное волочение без промежуточной термообработки. Конечно, внедрение многопроходного волочения потребует решения ряда дополнительных задач, к числу которых относится вопрос смазок. Покрытие труб перед волочением, а также смазки должны обеспечить многопроходное волочение. Одним из кардинальных решений проблемы смазки при волочении является создание технологии волочения в режиме жидкостного трения [93].

3. Холодная прокатка труб

Интенсификация процесса прокатки и освоение новых марок сталей выдвинули перед исследователями и практиками проблему предварительного расчета той степени деформации, которая пред-

шествует первым признакам разрушения, ибо в ряде случаев возможность прокатки труб ограничивается пластичностью металла. В настоящее время при составлении маршрутов прокатки заводские работники руководствуются лишь некоторыми механическими свойствами металла (σ_B , σ_s , $\delta\%$, $\psi\%$) и личным опытом. Ниже предлагается схема расчета максимально возможных деформаций при холодной прокатке тонкостенных труб на основе описанной выше теории разрушения и экспериментального исследования деформированного и напряженного состояний металла.

Деформированное состояние при прокатке трубы на стане ХПТ определено с помощью метода накатанных сеток [183]. В опытах были использованы три вида сеток с базой 4 мм: нормальная, состоящая из систем взаимно перпендикулярных линий; круглая, представляющая собой систему соприкасающихся окружностей; комбинированная, образованная наложением одной сетки на другую.

Метод сеток позволил с высокой точностью определить деформации металла практически в любой точке рабочего конуса трубы.

Эксперименты производили на стане ХПТ-32 конструкции ЭЗТМ. В качестве образцов использовали трубы из сплава АМц, который обладает высокими пластическими свойствами, позволяющими производить повышенные деформации без разрушения. Прокатку производили по различным калибровкам, варьировали вытяжку, подачу и угол кантовки трубы (см. табл. 15).

ТАБЛИЦА 15. УСЛОВИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ПРОКАТКИ ТРУБ

№ позиции	Маршрут прокатки, мм	Метод расчета калибровки	Подача, мм	Отношение толщины стенки к диаметру трубы до прокатки	Угол кантовки трубы, град.
1	40×5—20×1	НТЗ—ЦЗЛ	10	0,05	$\pi/2$
2	40×5—20×1	НТЗ—ЦЗЛ	7	0,05	$\pi/2$; $\pi/3$, $\pi/4$; $2\pi/3^*$
3	40×5—20×1	НТЗ—ЦЗЛ	4	0,05	$\pi/2$
4	40×5—20×1,4	НТЗ—ЦЗЛ	7	0,07	$\pi/2$
5	40×5—25×1	ВНИТИ—НТЗ	10	0,04	$\pi/2$
6	40×5—30×0,9	ВНИТИ—НТЗ	8	0,03	$\pi/2$

* Поворот трубы перед прямым и перед обратными ходами клетки.

Деформация трубы на стане ХПТ осуществляется как при прямом ходе клетки, так и при обратном. Оба эти процесса существенно различны, поэтому в задачу эксперимента входило рассмотрение деформированного состояния отдельно для каждого хода клетки. Для этого координатную сетку наносили на заранее подготовленный рабочий конус, после чего производили только один соответствующий ход клетки.

Деформированную координатную сетку измеряли на большом инструментальном микроскопе. При этом определяли удлинение и уширение ячейки квадратной сетки, а также величину и направление большой и малой осей эллипсов ячейки круглой сетки.

Для характеристики деформированного состояния использованы истинные (логарифмические) деформации:

$$\varepsilon_1 = \ln \frac{a}{d}, \quad \varepsilon_2 = \ln \frac{b}{d},$$

где a и b — наибольшая и наименьшая оси эллипсов;
 d — база сетки.

Деформацию в радиальном направлении нашли из условия нежимаемости ($\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$). Поскольку направления главных деформаций не совпадают с направлением осей обычной цилиндрической системы координат, связанной с рабочим конусом, то по диаграмме Мора определяли деформации по координатным направлениям ε_x , ε_θ , ε_ρ и $\gamma_{x\theta}$.

Основное назначение процесса холодной прокатки труб заключается в уменьшении диаметра и толщины стенки заготовки до заданных размеров. Следовательно, результирующая деформация имеет такие знаки: $\varepsilon_\rho < 0$, $\varepsilon_\theta < 0$, $\varepsilon_x > 0$. Анализ деформиро-

ванного состояния в различных точках поверхности рабочего конуса обнаружил, что во многих случаях знак частной деформации не соответствует знаку результирующей. Особенно это характерно для тангенциальной деформации ε_θ , которая в области вершины калибра всегда положительна независимо от направления движения клетки, угла кантовки и величины подачи. Радиальная деформация ε_ρ , как правило, положительна в зоне редуцирования и в калибрующем участке. При обратном ходе клетки при наличии крутой зоны редуцирования иногда меняется знак и у продольной деформации ε_x .

На рис. 72 показана типичная диаграмма распределения деформаций по периметру трубы в обжимной части рабочего конуса. Перечисленные особенности показывают, что деформация любой материальной частицы трубы в стане холодной прокатки осуществляется весьма немонотонно.

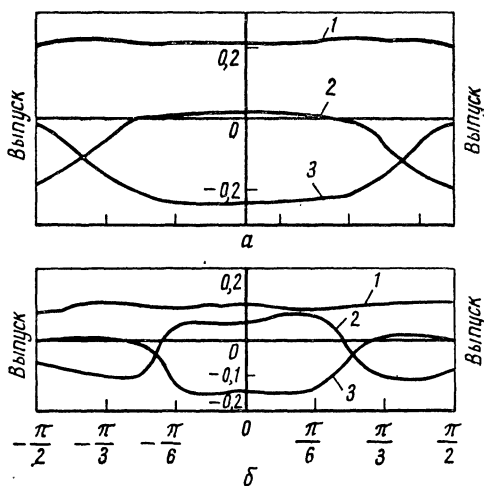


Рис. 72. Распределение деформации по периметру трубы (маршрут прокатки по поз. 1, табл. 15):

1 — ε_x ; 2 — ε_θ ; 3 — ε_ρ ; а — прямой ход клетки;
 б — обратный ход

Если бы формоизменение трубы происходило монотонно, то степень деформации сдвига можно было подсчитать по формуле

$$\Lambda_0 = 2 \sqrt{\left(\ln \frac{l_1}{l_0}\right)^2 + \ln \frac{d_1}{d_0} \ln \frac{l_1}{l_0} + \left(\ln \frac{d_1}{d_0}\right)^2},$$

где l_0 , l_1 и d_0 , d_1 — длина и диаметр трубы до и после прокатки.

Эта формула совпадает с формулой интенсивности деформации сдвига, в которой компоненты тензора малой деформации заменены истинными или логарифмическими деформациями. Поскольку процесс прокатки не монотонный, то $\Lambda > \Lambda_0$ и можно степень деформации сдвига записать так:

$$\Lambda = \alpha \Lambda_0 \quad (\alpha > 1). \quad (5.14)$$

В опытах определяли значение α — коэффициента, учитывающего немонотонность деформации. Для этого проследили за положениями на рабочем конусе материальной частицы и ее деформацией в течение всего цикла прокатки. В каждом из этих положений определяли интенсивность деформации сдвига Γ_i , а затем, полагая, что деформации за один ход клетки достаточно малые и могут считаться монотонными, нашли степень деформации как сумму

$$\Lambda = \sum_{i=1}^n \Gamma_i.$$

Величину Γ_i подсчитали по формуле

$$\Gamma_i = 2 \sqrt{\varepsilon_{1i}^2 + \varepsilon_{1i}\varepsilon_{2i} + \varepsilon_{2i}^2}. \quad (5.15)$$

Оказалось, что истинная степень деформации сдвига Λ значительно отличается от Λ_0 . При проведении эксперимента параметры процесса изменяли в довольно широких пределах. В каждом из случаев прокатки величину Λ рассчитывали для нескольких точек периметра трубы и сравнивали с Λ_0 . Отношение их всегда составляло 1,35—1,45. Это позволяет сделать вывод, что расчет степени деформации сдвига можно осуществить для случая холодной прокатки тонкостенных труб по формуле (5.14), приняв коэффициент $\alpha = 1,35 \div 1,45$.

По деформациям ε_x , ε_ρ , ε_θ и $\gamma_{x\theta}$ можно определить компоненты тензора напряжений с точностью до среднего гидростатического давления σ из известных соотношений (1.29), записанных для ТУПД. Если в некотором месте известно одно из напряжений в системе (1.29), то можно определить все компоненты тензора напряжений и показатель σ/T . Так, например, металл в области выпуска не касается ни оправки, ни поверхности калибра, следовательно, можно принять, что в этом месте $\sigma_\rho = 0$. В этом месте можно подсчитать σ , а затем и все компоненты напряжений, в том числе и σ_x . Далее, принимая, что продольное напряжение σ_x изменяется по периметру рабочего конуса от выпуска к вершине, например по параболическому закону, можно найти напряжение σ_x в любой точке периметра из

условия, что сумма всех продольных напряжений по поперечному сечению конуса равна осевому усилию Q при прокатке

$$\int_{r_1}^{r_2} \int_0^{\pi/2} \sigma_x \rho \, d\rho \, d\theta = Q, \quad (5.16)$$

где r_2 и r_1 — наружный и внутренний радиус некоторого поперечного сечения рабочего конуса. Зная величину σ_x , из системы уравнений (1.29) можно определить все остальные напряжения и показатель σ/T во всей трубе.

На рис. 73 представлено распределение напряжений σ_x и σ_θ (в долях σ_s) вдоль рабочего конуса в области выпуска калибра (касательные напряжения в этой области отсутствуют). Можно отметить, что в выпуске калибра при прямом и обратном ходах клетки возникают растягивающие продольные и сжимающие тангенциальные напряжения. Эти напряжения сохраняют почти постоянные значения вдоль рабочего конуса на обжимном участке ручья, причем продольные напряжения σ_x всегда значительно (в 2 и более раза) больше тангенциальных. На участках редуцирования и калибрующем участке напряжения σ_x и σ_θ резко падают.

Напряженное состояние металла в выпуске калибра в обжимной зоне соответствует одно- и двухосному растяжению, показатель σ/T колеблется в пределах от +0,2 до +0,6 (рис. 74), причем для обратного хода клетки схема напряженного состояния более «жесткая», чем для прямого. Показатель напряженного состояния, так же как и напряжения, почти не изменяется вдоль обжимного участка рабочего конуса.

На рис. 75 представлено распределение напряжений (в долях σ_s) вдоль рабочего конуса в вершине калибра. Напряжения (они все сжимающие) распределены вдоль обжимной части ручья относительно равномерно, а на участках редуцирования и калибрующем участке резко возрастают. Показатель напряженного состояния также мало меняется в пределах обжимной части ручья (рис. 74) и колеблется

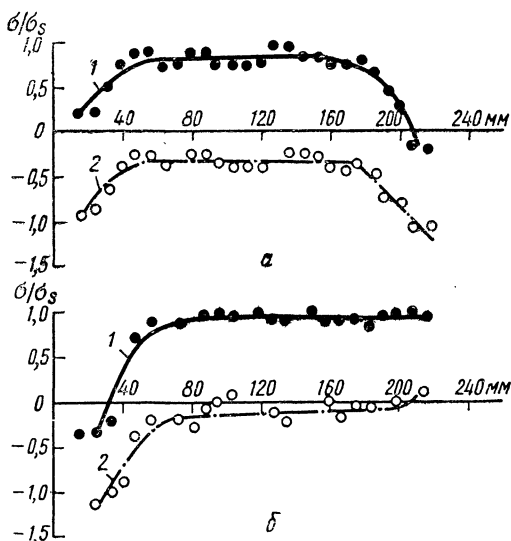


Рис. 73. Изменение нормальных напряжений σ_x (1) и σ_θ (2) в зоне выпуска, отнесенных к σ_s , вдоль рабочего конуса (маршрут прокатки по поз. 2 табл. 15):

а — прямой ход клетки; б — обратный ход

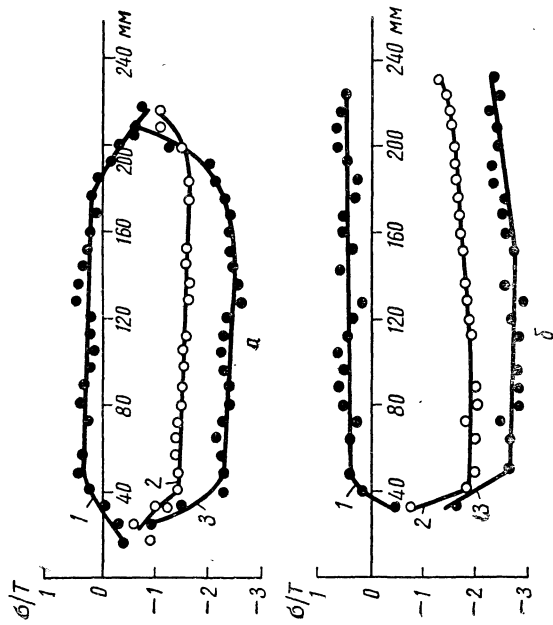


Рис. 74. Изменение показателя напряженного состояния вдоль рабочего конуса (маршрут прокатки по поз. 2 табл. 15):

1 — выпуск калибра; 2 — под углом $\pi/4$ к выпуску; 3 — вершина калибра; а — прямой ход; б — обратный ход

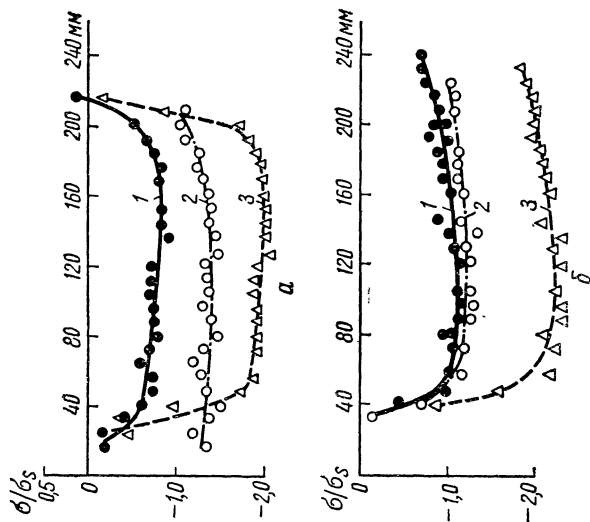


Рис. 75. Изменение нормальных напряжений σ_x (1), σ_θ (2) и σ_s (3) вдоль рабочего конуса, отнесенных к σ_s (маршрут прокатки по поз. 2 табл. 15);

а — прямой ход; б — обратный ход

в пределах от $-2,2$ до $-2,8$, что характеризует неравномерное всестороннее сжатие металла. На участках редуцирования и калибрующем показатель σ/T приблизительно равен $(-0,6) - (-0,9)$.

В экспериментах изменяли вытяжку, подачу и угол поворота трубы в довольно широких пределах (табл. 15). Анализ полученных данных показал, что в исследованном интервале изменение параметров процесса почти не влияет на величину напряжений и показателя σ/T в обжимной части ручья. Только с изменением угла поворота трубы при обратном ходе клетки максимальные значения напряжений и показателя σ/T несколько сдвигаются в сторону и занимают положение «лампас» на рабочем конусе, однако принципиального изменения напряженного состояния металла не наблюдается.

Величина показателя напряженного состояния при всех случаях прокатки всегда укладывалась в пределы: в зоне вершины калибра $(-2,2) - (-2,8)$; в зоне под углом $\frac{\pi}{4}$ рад $(-1,2) - (-2,0)$; в зоне выпуска $\frac{\sigma}{T} = (+0,1) - (+0,7)$.

В процессе холодной прокатки трубы любой выделенный на заготовке элементарный объем металла деформируется до своего конечного размера n раз, соответствующее дробности деформации. Принимая, что процесс формоизменения такого объема в мгновенном очаге деформации за один ход клетки протекает монотонно, можно определить использование ресурса пластичности за весь цикл прокатки:

$$\Psi = \int_0^t B(\tau) \frac{H(\tau)}{\Lambda_p(\tau)} d\tau = \sum_{i=1}^n B_i \frac{\Gamma_i}{\Lambda_{pi}}, \quad (5.17)$$

где n — коэффициент дробности деформации;

Γ_i — определяется по формуле (5.15).

Среднюю величину коэффициента B_i при холодной прокатке можно оценить таким образом. Некоторая частица трубы последовательно деформируется в зоне выпуска, затем в зоне вершины калибра и т. д. Показатель напряженного состояния дискретно изменяется от $(\sigma/T)_{\max} = (+0,1) - (+0,7)$ до $(\sigma/T)_{\min} = (-2,2) - (-2,8)$. В то же время при знакопеременном изгибе, для которого была получена формула (2.31), показатель изменяется от $+0,58$ до $-0,58$. Поэтому, естественно, ожидать, что при холодной прокатке процессы развития микронарушений будут развиты меньше, чем при знакопеременном изгибе. Следовательно, коэффициент B_i в формуле (5.17) должен быть меньше B_{cp} из (2.31). В формуле (5.17) вместо B_i можно принять B_{cp} ; при этом степень использования пластичности будет подсчитана с некоторым завышением, что создает определенный «запас прочности».

Конкретизируя значение B_{cp} для процесса периодической прокатки труб, В. С. Плахотин получил такое его значение ¹:

$$B_{cp} = \sqrt{\frac{2m(1+2\mu)}{3L_p}}, \quad (5.18)$$

где L_p — длина рабочего конуса;

m — величина подачи;

μ — коэффициент вытяжки.

Еще раз отметим, что полученное выражение коэффициента B по (5.18) включает в себя некоторый «запас прочности», ибо в действительных условиях прокатки труб напряженное состояние благоприятней, чем при знакопеременном изгибе.

Итак, общий вид условий деформируемости без разрушения для случая периодической прокатки примет вид

$$\Psi = \sqrt{\frac{2m(1+2\mu)}{3L_p}} \sum_{i=1}^n \frac{\Gamma_i}{\Lambda_{pi}} < 1. \quad (5.19)$$

Некоторая частица, проходя путь, равный длине рабочего конуса, подвергается деформации n раз, причем она поочередно находится то в зоне выпуска, то в зоне вершины. Разобьем сумму в формуле (5.19) на две части ($n = n_1 + n_2$): одно слагаемое показывает рост трещиноватости в зоне выпуска, второе — в зоне вершины. Тогда выражение (5.19) можно представить так:

$$\Psi = \sqrt{\frac{2m(1+2\mu)}{3L_p}} \left(\sum_{i=1}^{n_1} \frac{\Gamma_i^{(\text{вып})}}{\Lambda_{pi}^{(\text{вып})}} + \sum_{i=1}^{n_2} \frac{\Gamma_i^{(\text{вер})}}{\Lambda_{pi}^{(\text{вер})}} \right) < 1, \quad (5.20)$$

где $\Gamma_i^{(\text{вып})}$ и $\Gamma_i^{(\text{вер})}$ — интенсивность деформации сдвига в выпуске и вершине калибра;

$\Lambda_{pi}^{(\text{вып})}$, $\Lambda_{pi}^{(\text{вер})}$ — предельная степень деформации для напряженного состояния в области выпуска и вершины.

Рассмотрим использование ресурса пластичности в выпуске калибра. Величина предельной степени деформации $\Lambda_{pi}^{(\text{вып})}$ определяется по диаграмме пластичности и постоянна во время всего процесса прокатки, так как показатель σ/T в выпуске практически не изменяется. Степень деформации металла

$$\Lambda^{(\text{вып})} = \sum_{i=1}^{n_1} \Gamma_i^{(\text{вып})}$$

может быть представлена как часть от общей деформации за весь процесс:

$$\Lambda^{(\text{вып})} = \beta \Lambda,$$

¹ Плахотин В. С. Автореферат диссертации. Свердловск, 1967.

где β — коэффициент, учитывающий долю деформации в выпуске. По опытным данным, в случае прокатки труб с поворотом на угол $\pi/2$ рад $\beta = 0,4 \div 0,5$.

Напряженное состояние в вершине калибра, как было показано выше, отличается небольшим изменением вдоль рабочего конуса. Поэтому можно принять

$$\sum_{i=1}^{n_2} \frac{\Gamma_i^{(\text{вер})}}{\Lambda_{p_i}^{(\text{вер})}} = \frac{\alpha (1 - \beta) \Lambda_0}{\Lambda_p^{(\text{вер})}}.$$

Кроме того, в отличие от зоны выпуска показатель σ/T весьма благоприятен для деформации без разрушения. Можно сделать допущение, что

$$\Lambda_p^{(\text{вып})} \ll \Lambda_p^{(\text{вер})}$$

и тогда формула (5.20) для подсчета степени использования ресурса пластичности при холодной прокатке тонкостенных труб с учетом последних соотношения примет вид

$$\Psi \approx \sqrt{\frac{2m(1+2\mu)}{3L_p}} \cdot \frac{\alpha\beta\Lambda_0}{\Lambda_p^{(\text{вып})}}. \quad (5.21)$$

Рассмотрим для примера холодную прокатку трубы из стали марки 20 диаметром 44 мм и толщиной стенки 4 мм в трубу $22 \times 1,1$ мм. Условия прокатки: стан типа ХПТ-32 с длиной рабочего конуса 200 мм, подача 6 мм, вытяжка трубы 6,95. Можно принять, что $\alpha = 1,4$, $\beta = 0,45$. При показателе напряженного состояния в выпуске $\sigma/T = 0,7$ величина предельной степени деформации $\Lambda_p^{(\text{вып})} = 1,30$. Степень использования ресурса пластичности по формуле (5.21) $\Psi = 0,7$.

В табл. 16 представлены результаты расчетов коэффициента Ψ для некоторых маршрутов прокатки тонкостенных труб. Здесь же даны и новые маршруты, где пластичность металла используется более полно.

Для облегчения подсчетов степени использования пластичности стальных труб за прокатку на станах ХПТ типоразмеров 32,55 и 75. В. С. Плахотин предложил удобную номограмму, способ применения которой ясен из рис. 76. Расчет начинается с определения: отношения толщины стенки трубы до прокатки s_0 к толщине после прокатки s_1 , отношения диаметров трубы до и после деформации d_0/d_1 и коэффициента вытяжки $\mu = \frac{(d_0 - s_0) s_0}{(d_1 - s_1) s_1}$.

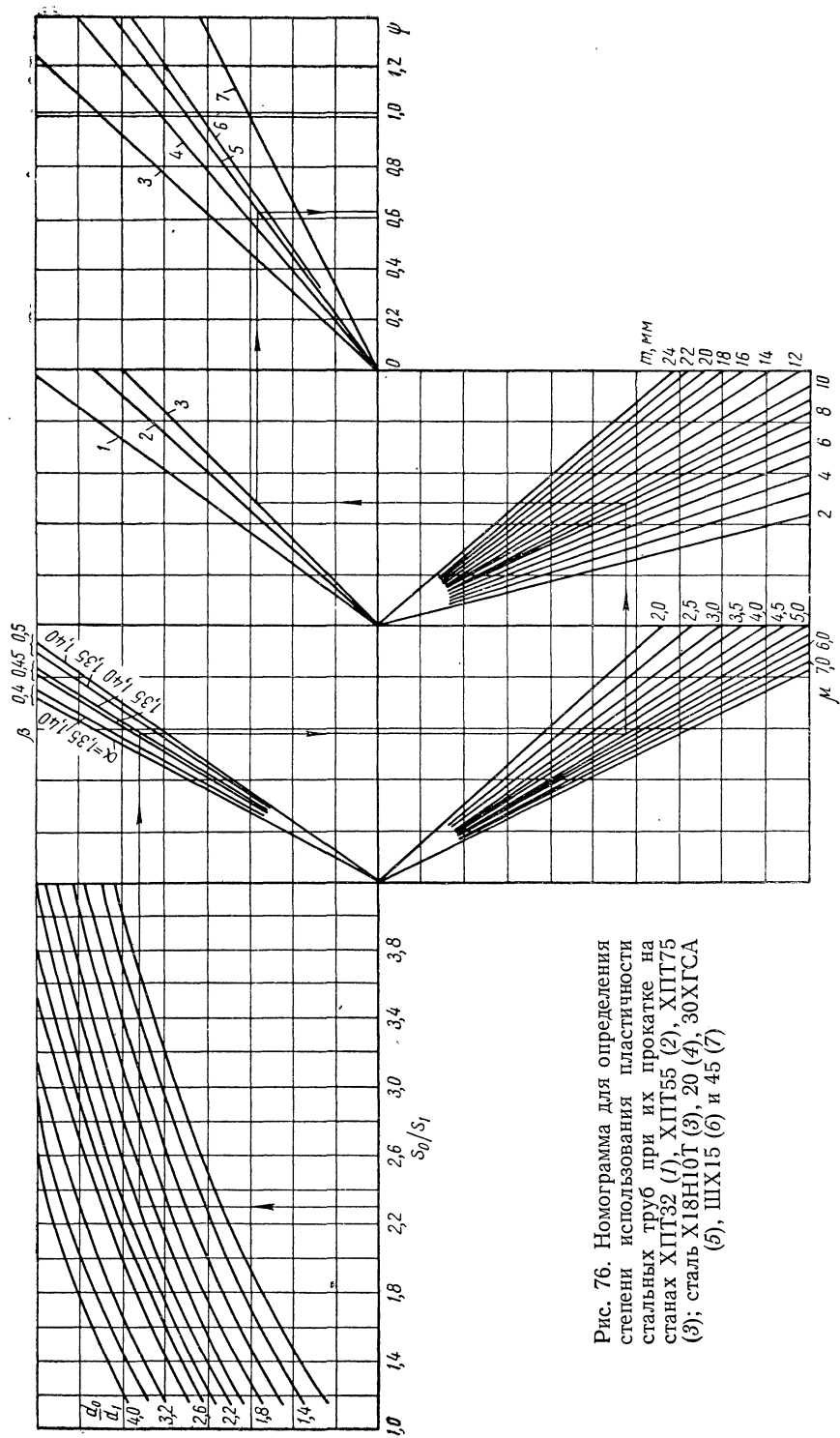


Рис. 76. Номограмма для определения степени использования пластичности стальных труб при их прокатке на станах ХПТ-32 (1), ХПТ-55 (2), ХПТ-75 (3); сталь Х18Н10Т (3), 20 (4), 30ХГСА (5), ШХ15 (6) и 45 (7)

**ТАБЛИЦА 16. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕСУРСА ПЛАСТИЧНОСТИ
ПРИ ХОЛОДНОЙ ПРОКАТКЕ ТРУБ**

Старая технология				Новая технология			
маршрут прокатки	тип стана	т _н , мм	Ψ	маршрут прокатки	тип стана	т _н , мм	Ψ
<i>Сталь марки 20</i>							
57×0,4 32×2,3 отжиг 20×0,95 »	ХПТ-55 ХПТ-32	40 35	0,35 0,45	57×4,0 32×2,3 20×0,95 отжиг	ХПТ-55 ХПТ-32	40 75	0,80
83×6,5 48×4,1 отжиг	ХПТ-75	44	0,34	83×6,5 40×3,1 отжиг	ХПТ-75	44	0,46
32×2,7 »	ХПТ-55	50	0,30	20×1,5 отжиг	ХПТ-32	40	0,58
20×1,5 »	ХПТ-32	40	0,42				
45×4 38×3,5 отжиг 22×1,4 »	Волоч. * ХПТ-32	— 40	0,23 0,53	45×4 22×1,4 отжиг	ХПТ-32	40	0,64
57×4,5 38×2,2 отжиг 22×1,35 »	ХПТ-55 ХПТ-32	45 40	0,63 0,66	57×4,5 32×2,4 отжиг	ХПТ-55	45	0,68
16×1,4 »	Волоч. **	—	0,40	16×1,4 отжиг	ХПТ-32	35	0,75
45×4 32×1,9 отжиг 20×0,85 »	ХПТ-55 ХПТ-32	40 35	0,60 0,78	45×4 32×1,8 отжиг	ХПТ-55	40	0,63
16×0,9 »	Волоч. **	—	0,27	16×0,9 отжиг	ХПТ-32	35	0,83
<i>Сталь марки 30ХГСА</i>							
83×5,5 57×3,3 отжиг 38×2,3 »	ХПТ-75 ХПТ-55	40 45	0,30 0,33	83×5,5 38×2,3 отжиг	ХПТ-75	40	0,55
83×5,5 48×3,6 отжиг 32×2,3 »	ХПТ-75 ХПТ-55	40 45	0,34 0,36	83×5,5 44×2,7 отжиг	ХПТ-75	40	0,50
20×1,5 »	ХПТ-32	35	0,44	20×1,5 отжиг	ХПТ-32	35	0,57

* Волочение на короткой оправке.

** Безоправочное волочение.

4. Холодная прокатка особо толстостенных труб и ребристых профилей

Сделаем расчет напряженного состояния при холодной прокатке толстостенных труб на пилигримовых станах. При сложности и недостаточной изученности методов аналитического определения напряженного состояния металла при холодной прокатке труб необходимы некоторые упрощения, которые дадут возможность получить

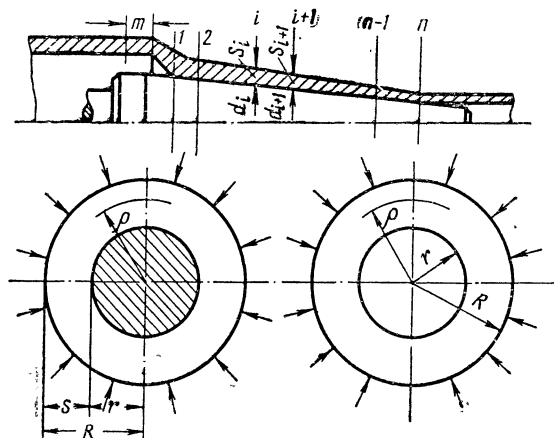


Рис. 77. Схема деформации трубы при прокатке

первую, может быть, грубую оценку напряженного состояния металла.

Полагаем, что труба в сечениях 1, 2, 3, ..., i , $i + 1$, ..., n редуцируется с изменением внутреннего радиуса от r_i до r_{i+1} и затем обжимается по толщине стенки (рис. 77) и что процесс осуществляется без трения с равномерным обжатием по периметру. Рассмотрим сначала редуцирование, воспользовавшись расчетами деформированного состояния [164].

Компоненты тензора деформации

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= a, \\ \varepsilon_\rho &= -a - \frac{a(R^2 - \rho^2) - 2R \Delta R}{r\rho^2}, \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{\rho^2} \left[a \frac{R^2 - \rho^2}{2} - R \Delta R \right] \end{aligned} \right\} \quad (5.22)$$

и

$$\Gamma = \varepsilon \sqrt{A + B \left(\frac{R}{\rho} \right)^4}, \quad (5.23)$$

где

$$A = 3 \left(\frac{a}{\varepsilon} \right)^2, \quad B = \left(\frac{a}{\varepsilon} - 2 \right)^2, \quad \frac{\Delta R}{R} = \varepsilon.$$

Интегрируя дифференциальное условие равновесия

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0 \quad (5.24)$$

с учетом уравнений

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\rho &= \sigma + 2 \frac{\tau_s}{\Gamma} \varepsilon_\rho, \\ \sigma_\theta &= \sigma + 2 \frac{\tau_s}{\Gamma} \varepsilon_\theta, \\ \sigma_x &= \sigma + 2 \frac{\tau_s}{\Gamma} \varepsilon_x \end{aligned} \right\} \quad (5.25)$$

и формул (5.22) и (5.23), получим

$$\sigma_\rho = \tau_s \left[\frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{A\rho^4 + BR^4} - R^2\sqrt{B}}{\sqrt{A\rho^4 + BR^4} + R^2\sqrt{B}} + \frac{c}{\tau_s} \right]. \quad (5.26)$$

Постоянную интегрирования c/τ_s можно найти из условия

$$\sigma_\rho|_{\rho=r} = 0,$$

а неопределенную величину $\frac{a}{\varepsilon} = \Phi\left(\frac{r}{R}\right)$ — из условия равновесия недеформируемой части трубы:

$$\int_0^{2\pi} \int_r^R \sigma_x \rho d\rho d\theta = 0.$$

Показатель напряженного состояния получим из первого равенства (5.25) с учетом формулы (5.26)

$$\begin{aligned} \frac{\sigma}{T} = \frac{1}{2} \ln & \frac{\left(\sqrt{A \left(\frac{\rho}{R} \right)^4 + B} - \sqrt{B} \right) \left(\sqrt{A \left(\frac{r}{R} \right)^4 + B} + \sqrt{B} \right)}{\left(\sqrt{A \left(\frac{\rho}{R} \right)^4 + B} + \sqrt{B} \right) \left(\sqrt{A \left(\frac{r}{R} \right)^4 + B} - \sqrt{B} \right)} - \\ & - \frac{2 - \frac{a}{\varepsilon} \left(\frac{\rho^2}{R^2} + 1 \right)}{\sqrt{A \left(\frac{\rho}{R} \right)^4 + B}}. \end{aligned} \quad (5.27)$$

Как видно из рис. 78, а, при $r/R = 0,2 \div 1,0$ показатель изменяется в пределах от $-1,14$ до $-0,58$. Чем толще стенка трубы, тем больше перепад показателя по толщине стенки. С точки зрения напряженного состояния в худших условиях деформирования находится внутренняя поверхность труб, где σ/T больше, чем на наружной поверхности. Следовательно, тонкостенные трубы находятся в худших условиях деформирования, так как для них σ/T больше, чем у толстостенных труб.

Заменяв действительную схему деформации трубы на оправке при холодной прокатке схемой равномерной осадки, из условия постоянства объема определим компоненты тензора деформации:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= a, \\ \varepsilon_\rho &= \frac{a}{2} \left[1 + \left(\frac{r}{\rho} \right)^2 \right], \\ \varepsilon_\theta &= -\frac{a}{2} \left[1 - \left(\frac{r}{\rho} \right)^2 \right], \end{aligned} \right\} \quad (5.28)$$

$$\Gamma = a \sqrt{3 + \left(\frac{r}{\rho} \right)^4}. \quad (5.29)$$

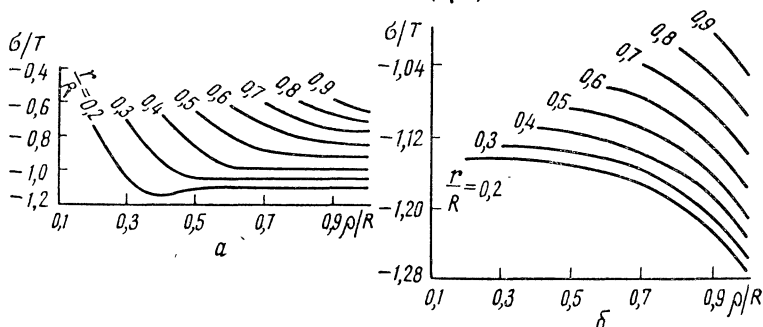


Рис. 78. Показатель напряженного состояния при осадке трубы без оправки (а) и на оправке (б), рассчитанный по формулам (5.27) и (5.30) соответственно

Воспользуемся формулами (5.25) и (5.28) и проинтегрируем дифференциальное уравнение равновесия (5.24). Единственную постоянную интегрирования определим из условия

$$\int_0^{2\pi} \int_r^R \sigma_x \rho \, d\rho \, d\theta = 0.$$

В результате получим формулу для определения показателя напряженного состояния:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma}{T} &= \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{3 + \left(\frac{r}{\rho} \right)^4} - \left(\frac{r}{\rho} \right)^2}{\sqrt{3 + \left(\frac{r}{\rho} \right)^4} + \left(\frac{r}{\rho} \right)^2} + \frac{1 + \left(\frac{r}{\rho} \right)^2}{\sqrt{3 + \left(\frac{r}{\rho} \right)^4}} + \\ &+ \frac{1}{2 \left[1 - \left(\frac{r}{\rho} \right)^2 \right]} \ln \frac{\sqrt{3 + \left(\frac{r}{\rho} \right)^4} - \left(\frac{r}{R} \right)^2}{\sqrt{3 + \left(\frac{r}{\rho} \right)^4} + \left(\frac{r}{R} \right)^2} + \\ &+ \frac{\left(\frac{r}{R} \right)^2}{1 + \left(\frac{r}{R} \right)^2} \left(2 - \frac{1}{2} \ln 3 \right) - \frac{\sqrt{3 + \left(\frac{r}{R} \right)^4}}{1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2}. \end{aligned} \quad (5.30)$$

Как видно из рис. 78, б, величина σ/T изменяется в сравнительно узких пределах (от $-1,0$ до $-1,27$). По толщине стенки имеется определенный перепад величины σ/T , причем в худшем напряженном состоянии находится внутренняя поверхность трубы.

Для определения показателя степени использования ресурса пластичности необходимо знать не только напряженное, но и деформированное состояние металла. С этой целью используем основное

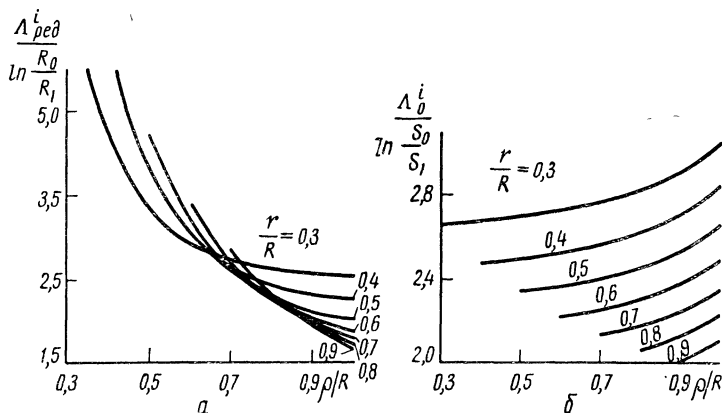


Рис. 79. Распределение степени деформации в объеме редуцируемой (а) и деформируемой на оправке трубы (б), подсчитанное по формулам (5.31) и (5.32)

допущение, принятое при выводе σ/T — расчленение всего процесса на редуцирование и обжатие стенки, и будем считать, что каждый из этих процессов при сравнительно малой деформации протекает монотонно. Тогда степень деформации в условиях редуцирования и обжатия стенки можно рассчитать по формулам (5.23) и (5.29), заменив в них малые деформации на логарифмические:

$$\Lambda_{ред}^i = \ln \frac{R_i}{R_{i+1}} \sqrt{A + B \left(\frac{R}{\rho} \right)^4}, \quad (5.31)$$

$$\Lambda_{обж}^i = \ln \frac{s_i}{s_{i+1}} \sqrt{3 + \left(\frac{r}{\rho} \right)^4} \frac{2}{1 + \frac{r}{R}}, \quad (5.32)$$

где R_i , s_i и R_{i+1} , s_{i+1} — наружный радиус и толщина стенки рабочего конуса в i и $i + 1$ сечениях, отстоящих друг от друга на расстоянии объема подачи.

Характер изменения относительных величин $\frac{\Lambda_{ред}^i}{\ln \frac{R_i}{R_{i+1}}}$ и $\frac{\Lambda_{обж}^i}{\ln \frac{s_i}{s_{i+1}}}$

показан на рис. 79.

Исследование ресурса пластичности при переходе и деформации некоторого сечения из положения i в положение $i + 1$ составит

$$\Psi_i = \frac{\Lambda_{\text{ред}}}{\Lambda_p \left[\left(\frac{\sigma}{T} \right)_{\text{ред}}^i \right]} + \frac{\Lambda_{\text{обж}}}{\Lambda_p \left[\left(\frac{\sigma}{T} \right)_{\text{обж}}^i \right]}, \quad (5.33)$$

а в целом за прокатку

$$\Psi = \sum_{i=1}^n \Psi_i, \quad (5.34)$$

где n — число объемов подачи, заключенных в рокрайтголовке.

В качестве примера рассчитаем использование ресурса пластичности для холодной прокатки толстостенных труб из стали 20. Маршрут прокатки $20 \times 3,1 - 10 \times 2,5$ мм, величина подачи 9 мм.

Разделим очаг деформации на 12 частей, содержащий объем подачи (см. табл. 17).

Зная отношения d/D в каждом сечении, по графикам рис. 78 находим показатели напряженного состояния при редуцировании и обжатии на оправке для наружной и внутренней поверхности трубы. Затем, пользуясь рис. 79 и данными о пластичности, устанавливаем величину ресурса пластичности и отношений $\Lambda_{\text{ред}}^i / \ln \frac{R_i}{R_{i+1}}$ и $\Lambda_{\text{обж}}^i / \ln \frac{s_i}{s_{i+1}}$. По известным значениям $\Delta R/R$ и $\Delta s/s$ по формулам (5.31) и (5.32) определяем степень деформации $\Lambda_{\text{ред}}^i$ и $\Lambda_{\text{обж}}^i$, а по формулам (5.38) и (5.34) общий показатель использования ресурса пластичности и показатель в каждом сечении.

ТАБЛИЦА 17. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕСУРСА ПЛАСТИЧНОСТИ (Ψ)

Параметры	Ресурс пластич					
	0	1	2	3	4	5
l_x	0	10,2	21,8	35,0	49,8	65,6
D_x	20,00	18,16	16,02	13,70	12,55	12,16
d_x	18,80	11,76	9,39	6,80	5,75	5,67
s_x	3,10	3,20	3,32	3,45	3,40	3,24
$\Psi_{\text{ред}}^{\text{вн}}$	—	0,11200	0,1620	0,2320	0,1240	0,0109
$\Psi_{\text{обж}}^{\text{вн}}$	—	—	—	—	0,0100	0,0330
$\Psi_{\text{ред}}^{\text{нар}}$	—	0,0650	0,0810	0,1040	0,0520	0,0045
$\Psi_{\text{обж}}^{\text{нар}}$	—	—	—	—	0,0110	0,0370
$\Psi_{\text{вн}}$	—	0,1120	0,1620	0,2320	0,1340	0,0439
$\Psi_{\text{нар}}$	—	0,0650	0,0810	0,1040	0,0630	0,0415

Из расчета (табл. 17) следует, что наиболее полно используется ресурс пластичности на внутренней поверхности трубы, где пластические свойства металла исчерпаны почти полностью ($\Psi = 0,99$).

Сделаем расчет Ψ при холодной прокатке тонкостенных ребристых профилей. Участок профиля, примыкающий к одному из ребер, схематично изображен на рис. 80. Здесь h_0 и h_1 — толщина до и после прокатки, a — половина ширины ребра, b — половина расстояния между ребрами, штриховкой показан инструмент.

Расчеты показали, что при прокатке в зоне ребра реализуется напряженное состояние, показатель которого $\sigma/T \approx 0$ [89]. Для этого показателя в п. 8 даны значения пластичности металла Λ_{p0} . Использование пластичности за прокатку со степенью деформации в зоне ребра Λ

$$\Psi = \Lambda / \Lambda_{p0}.$$

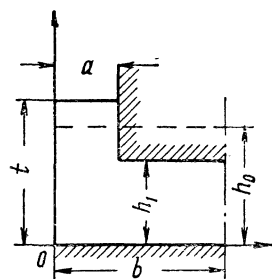


Рис. 80. Схема деформации ребристого профиля

Условие деформирования без растрескивания ребра вдоль профиля (так проявляется исчерпание пластичности металла) будет $\Psi \leq 1$.

Степень деформации в зоне ребра

$$\Lambda = 2 \sqrt{(\ln \mu)^2 + \ln \mu \ln \Delta + (\ln \Delta)^2}. \quad (5.35)$$

При выводе формулы (5.35) сделано вполне оправданное схемой деформации предположение, что формоизменение происходило приблизительно монотонно.

ПРИ ХОЛОДНОЙ ПРОКАТКЕ ТОЛСТОСТЕННЫХ ТРУБ

ности в сечениях

6	7	8	9	10	11	12	13
82,4	100,3	119,5	139,9	161,7	185,0	200,0	—
11,76	11,44	11,10	10,80	10,50	10,20	10,00	—
5,59	5,50	5,40	5,30	5,19	5,07	5,0	—
3,08	2,97	2,85	2,75	2,65	2,57	2,50	—
0,0112	0,0129	0,0147	0,0149	0,0169	0,1840	0,1190	0,7418
0,0600	0,0250	0,0280	0,0250	0,0250	0,0210	0,0180	0,2450
0,0046	0,0054	0,0061	0,0063	0,0071	0,0080	0,0048	0,3488
0,0390	0,0280	0,0310	0,0270	0,0280	0,0230	0,0200	0,2440
0,0712	0,0379	0,0427	0,0399	0,0419	0,2050	0,1370	0,9870
0,0436	0,0334	0,0371	0,0333	0,0351	0,0310	0,0248	0,5930

Коэффициент вытяжки μ можно определить по рис. 81, здесь $\beta = b/a$.

Величина $\Delta = h_0/t$ может быть подсчитана по формуле

$$\Delta = \frac{\beta}{\mu} - \frac{\beta - 1}{h_0} h_1. \quad (5.36)$$

Графики на рис. 81 и формула (5.36) получены теоретическим путем.

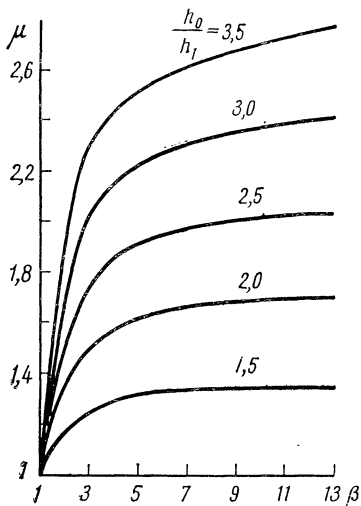


Рис. 81. Коэффициент вытяжки при прокатке тонкостенного ребристого профиля

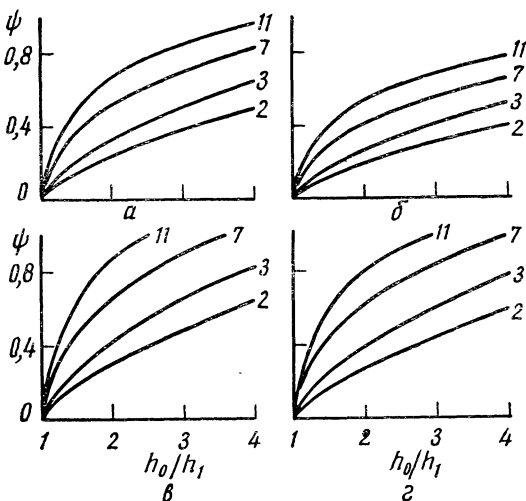


Рис. 82. Коэффициента использования ресурса пластичности (ψ) при холодной прокатке ребристых профилей из стали 0X18H10T (а), ЭИ847 (б), ЭИ852 (в) и ЭП150 (г). Цифры у кривых — значения коэффициента β

Расчет степени деформации по формуле (5.35) можно сделать также на основании экспериментальных данных, если известны из опыта μ и Δ .

Используя приведенные выше теоретические данные о формоизменении, подсчитали степень использования пластичности Ψ при холодной прокатке ребристых профилей из сталей 0X18H10T, ЭИ847, ЭИ852 и ЭП150, которые приведены на рис. 82. Имея в виду, что Ψ должно быть меньше единицы, по графикам на рис. 82 можно определить для профиля с заданной геометрией (β) и маркой стали максимальную деформацию h_0/h_1 .

5. Эффективность повышения степени использования пластичности металла при производстве холоднодеформированных труб

Трубным отделом Уралгипромеза была проведена исследовательская работа по оценке экономической эффективности внедрения новых технологических параметров волочения и холодной прокатки

при производстве холоднодеформированных труб действующими и проектируемыми трубопроводными цехами [96]. Новые параметры волочения и прокатки — максимальные степени деформации от ожига до отжига, не приводящие к разрушению ($\Psi \leq 1$), — были приняты в соответствии с изложенными расчетами.

Расчет проводили в два этапа. На первом этапе использовали неизменную технологию холодной прокатки, а технология волочения была ужесточена в сторону лучшего использования пластичности металла. На втором этапе ужесточалась холодная прокатка в условиях неизменности технологии волочения. Такой раздельный расчет позволил установить скрытые резервы как волочения, так и прокатки.

Расчет показателей эффективности при внедрении новых технологических параметров волочения выполнили следующим образом. Вначале сделали расчет загрузки оборудования принятого в исследовании некоторого расчетного цеха с заданной программой производства после перевода трубоволочильных станов на работу по ужесточенным маршрутам и определили скрытые резервы производительности. Затем осуществили условно дозагрузку выявленного резерва производительности оборудования дополнительной программой производства. После этого определили требуемые мероприятия по реконструкции цеха, вызванные увеличением объема производства (установка дополнительного отделочного оборудования и организация новых складских площадей), и подсчитали эффективности внедрения ужесточенных маршрутов волочения.

Ужесточение маршрутов сократило цикличность производства, расходы по переделу, а следовательно, и себестоимость готовой продукции. Сокращение цикличности позволяет выполнить заданный объем производства действующих цехов с меньшей затратой мощностей основного оборудования. Дозагрузка высвобождаемых мощностей обеспечивает дополнительный выпуск продукции. Следовательно, введение новых технологических параметров волочения позволяет увеличить объем производства и получить экономический эффект за счет снижения себестоимости продукции.

Исследование было проведено применительно к некоторому расчетному трубоволочильному цеху по производству холоднодеформированных труб общего назначения для углеродистых и легированных марок стали с отношением станов холодной прокатки и волочения 0,6—0,8, характерным для большинства волочильных цехов Советского Союза. Сортамент приведен в табл. 18.

Определение эффективности внедрения ужесточенных маршрутов волочения производили путем оценки следующих величин;

- 1) увеличение объема производства;
- 2) соотношение выпуска готовой продукции до и после внедрения новых технологических параметров к весу основного технологического оборудования;
- 3) снижение себестоимости готовой продукции;
- 4) увеличение веса отделочного оборудования, вызванного увеличением объема производства;

ТАБЛИЦА 18. РАСЧЕТНЫЙ СОРТАМЕНТ И ОБЪЕМ ПРОИЗВОДСТВА

Трубы	Наружный диаметр, мм	Толщина стенки, мм	Годовая программа	
			т	тыс. м
Тянутые углеродистые	22	3,0	10 000	7 120
	33	2,5	15 000	6 850
	57	3,5	31 000	6 720
	83	2,5	22 000	4 440
Итого			78 000	25 130
Тянутые легированные	22	3,5	6 000	3760
	48	5,0	6 000	1130
Итого			12 000	4890
Тонкостенные углеродистые	8	1,0	500	2 890
	33	1,5	1 000	859
	55	1,5	2 000	1 010
	28	2,5	15 000	9 540
	70	2,5	3 500	941
Итого			22 000	15 240
Тонкостенные легированные	8	1,0	500	2 890
	14	2,0	1 000	1 690
	70	2,5	6 500	1 560
Итого			8 000	6 140
Всего по цеху			120 000	51 400

5) потребности в дополнительных складских и производственных площадях для установки отделочного оборудования.

Оценку увеличения выпуска готовой продукции производили сравнением производительности цехов до и после введения новых технологических параметров волочения. Годовой объем производства в первом и втором случае определяли расчетом количества метропроходов на 1000 м готовых труб при работе волочильных станков по действующим и ужесточенным маршрутам волочения и соответствующей загрузкой основного оборудования до существующей величины. Оценку снижения себестоимости готовой продукции производили сравнением действующей и расчетной себестоимости готовой продукции. Осталь-

ные величины (увеличение веса отделочного оборудования и складских площадей) сравнивали сопоставлением соответствующих расчетов.

Расчет экономической эффективности производили по формуле

$$\mathcal{E} = [(C_c + EK_c) - (C_n + EK_n)] A_n,$$

где $\mathcal{E}$ — годовой экономический эффект;

C_c — себестоимость тонны готовой продукции до внедрения новых технологических параметров;

C_n — себестоимость тонны готовой продукции после внедрения новых технологических параметров;

K_c — удельные капитальные затраты до внедрения новых технологических параметров;

K_n — удельные капитальные затраты после внедрения новых технологических параметров;

A_n — годовой объем готовой продукции после внедрения новых технологических маршрутов;

E — нормативный коэффициент сравнительной эффективности капитальных затрат (в данном случае $E = 0,16$).

Расчет срока окупаемости затрат T на реконструктивные мероприятия, связанные с увеличением объема производства, производили по формуле

$$T = \frac{K_n - K_c}{C_n - C_c}.$$

В результате проведенных исследований были определены коэффициенты, позволяющие произвести оценку экономической эффективности при внедрении в любом действующем трубоволоочильном цехе с отношением числа станов холодной прокатки к числу волоочильных станов 0,6—0,8 (с учетом числа ниток) ужесточенных маршрутов волочения (см. табл. 19). Методика расчета заключается в следующем.

1. В качестве исходных данных принимаются показатели работы действующего цеха.

2. Расчет показателей эффективности работы цеха после введения ужесточенных маршрутов волочения производится по формуле

$$P_9 = P_c K_9,$$

где P_9 — показатель работы цеха после внедрения новых технологических параметров;

P_c — показатель работы действующего цеха;

K_9 — коэффициент эффективности.

3. Расчеты экономической эффективности и срока окупаемости затрат на реконструктивные мероприятия производятся по вышеуказанной формуле. При расчете экономической эффективности внедрения новых технологических параметров волочения для цехов с отношением станов холодной прокатки и волочения, отличающимся от принятой, вводится поправочный коэффициент.

ТАБЛИЦА 19. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТА
ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Показатели	Единица измерения	Показатели работы расчетного цеха	Расчетные показате- ли работы после внедрения новых технологических параметров	Эффективность		Коэффициент эффек- тивности
				абсолютные величины	%	
Годовой объем произ- водства	<i>m</i> тыс. м.	120 000 51 400	145 074 67 438	25 074 16 138	20,9 31,56	1,209 1,316
Вес основного техноло- гического оборудования	<i>m</i>	1090	1090	—	—	—
Выпуск труб на 1 <i>m</i> ос- новного технологического оборудования .	<i>m/m</i> тыс. м/ <i>m</i>	110 47	133,1 61,9	23,1 14,9	20,9 31,56	1,209 1,316
Общий вес техно- логического обо- рудования . .	<i>m</i>	5250	6050	800	15,3	1,153
Производственная площадь цеха	<i>m</i> ²	59 400	68500	9100	15,3	1,153
Средняя себестои- мость 1 <i>m</i> труб	руб.	150,07	143,30	6,77	4,51	1,451
Удельные капиталь- ные затраты на 1 <i>m</i> труб	руб/ <i>m</i>	110,9	105,77	5,13	4,63	1,463

Расчеты, выполненные применительно к одному из действующих трубоволоочильных цехов для производства труб общего назначения из углеродистых и легированных марок стали с годовым объемом производства 69 000 *m* (25 000 тыс. *m*), показали, что с введением жесточенных маршрутов волочения ожидаемый прирост объема производства составит около 14 000 *m* (8000 тыс. *m*); себестоимость снизится на 4,5% и годовой экономический эффект составит 940 тыс. руб. при сроке окупаемости реконструктивных мероприятий в 3,5 месяца.

На втором этапе расчета эффективности более полного использования пластичности металла Уралгипромез принял прежнюю технологию волочения, а технологию холодной прокатки взял с учетом лучшего использования пластичности металла. Расчеты показали, что при прокатке труб из малоуглеродистых и низколегированных сталей коэффициенты вытяжки могут быть не 3—5, как это имеет место в настоящее время, а 5—7. Для труб высокоуглеродистых и легированных сталей коэффициент вытяжки обычно бывает не выше 3, а может быть 4—4,5. Кроме того, расчеты показали, что в ряде случаев после холодной прокатки трубы можно без промежуточной термообработки подвергнуть волочению.

Расчеты Уралгипромеца показали, что внедрение маршрутов холодной прокатки с лучшим использованием пластичности металла позволит увеличить годовой объем производства холоднодеформированных труб общего назначения из углеродистых и легированных сталей действующими трубоволочильными цехами на 10—15% без их существенной реконструкции (с минимальными капитальными затратами).

Трубный сектор Уралгипромеца пришел к следующим выводам:

1. Произведенными исследованиями пластичности и разрушения вскрываются значительные резервы производительности действующих трубоволочильных цехов.

2. Освоение вскрытых резервов производительности потребует минимальных капитальных затрат, связанных с установкой дополнительного отделочного оборудования и с расширением складских площадей для хранения готовой продукции.

3. Внедрение маршрутов волочения и холодной прокатки с более полным использованием пластичности металла позволит увеличить годовой объем производства холоднодеформированных труб общего назначения из углеродистых и легированных марок стали действующими трубоволочильными цехами на 15—20% без их коренной реконструкции и с минимальными капитальными затратами.

Описанные выше данные позволили определить степень использования ресурса пластичности металла при холодной прокатке и волочении труб и выявить резервы увеличения производительности цехов. Без проведения реконструкции в течение 1965—1967 гг. удалось использовать скрытые резервы и повысить производительность цехов на ряде заводов за счет увеличения суммарных деформаций от отжига до отжига, увеличения в отдельных случаях разовых деформаций, более рационального построения маршрутов за счет перераспределения деформаций между прокаткой на ХПТ и волочением.

На первом этапе работы пересмотрели старые и внедрили новые маршруты при производстве углеродистых и легированных труб на Первоуральском Новотрубном заводе.

Существующие маршруты волочения и прокатки основаны на значительных разовых деформациях, которые часто близки к предельным из условия прочности головки при волочении или прочности и мощности волочильных и прокатных станов. Однако ресурс пластичности при этом, как правило, значительно недоиспользуется. Лучшее использование пластических свойств металла позволило увеличить суммарные деформации между отжигами и уменьшить число промежуточных термообработок. Увеличение разовых деформаций на небольшую величину оказалось возможным только в отдельных случаях. Основным направлением при внедрении новых маршрутов было сокращение промежуточных термообработок после волочения перед прокаткой, после прокатки перед волочением, между двумя прокатками или двумя протяжками.

Порядок опробования новых маршрутов перед внедрением их в производство был следующий. На основании изучения использова-

ния ресурса пластичности на отдельных проходах существующих маршрутов определяли возможности их ужесточения. Корректировали маршруты и после этого задавали в производство параллельно опытные пакеты труб, из которых часть обрабатывали по новой измененной технологии, а другие — по обычной. Пакеты проходили основные технологические операции (прокатку, волочение, термо- и химобработку) друг за другом на одинаковых режимах, на одном стане, инструменте и смазке. Это давало возможность фиксировать случаи возникновения нежелательных отклонений на основных технологических операциях (дрожание, обрывы, задиры и т. д.) и качество труб, не зависящее от истощения пластичности металла. В этом случае отклонения наблюдали как на опытных, так и на обычных маршрутах. Помимо исследований механических свойств материала труб, на каждом промежуточном размере в ряде случаев определяли величину остаточных напряжений первого рода. В наклепанном металле под действием остаточных напряжений может происходить развитие дефектов (трещин), которое порой завершается разрушением труб без воздействия на них извне.

Образцы для испытания на механические свойства и для определения остаточных тангенциальных и продольных напряжений отбирали от одних и тех же двух труб опытного пакета после каждой прокатки, волочения и отжига. Для определения тангенциальных напряжений вырезали кольца шириной 5 мм и затем разрезали их по образующей с последующим замером изменения диаметра. Продольные остаточные напряжения определяли по изменению прогиба полоски размером 250×8 , вырезанной из трубы.

Трубы, полученные по опытной и обычной технологии, предъявляли ОТК. Результаты осмотра и приемки каждого пакета оформляли документом. В ряде случаев проводили дополнительные исследования на микротрещины.

После анализа всех полученных данных внесли изменения в своды калибровок. Промежуточную термическую обработку и соответствующие вспомогательные операции исключили на ряде размеров готовых труб: 10×1 и 1,4; 12×1 и 2; 14×1 и 1,5; 14×2 ; 15×1 и 1,5; 15×2 ; 16×1 и 1,4; $18 \times 2,5$; 20×2 и 2,5; $22 \times 2,5$; $25 \times 2,5$; $32 \times 3,5$; $169 \times 3,4$ мм и др. При этом маршруты, по которым требовались новые дополнительные операции при устранении промежуточного отжига, не внедряли. Так, отказались от холодной прокатки после волочения на короткой оправке из-за неудобства правки масляных труб.

Ранее трубу 16×2 мм получали из заготовки 46×4 мм прокаткой на стане ХПТ до размера $27 \times 1,8$ отжигом и безоправочным волочением с промежуточным отжигом на размере $20 \times 1,9$ мм. По новому маршруту 46×4 — $22 \times 1,95$ — 16×2 мм сокращен один безоправочный проход и один отжиг. Трубу 10×1 мм получали по маршруту 57×4 — 48×3 — $38 \times 2,2$ — $22 \times 0,9$ — $14 \times 0,95$ — 10×1 мм (первые два прохода на короткой оправке, затем прокатка на стане ХПТ и два безоправочных прохода), делая после каждого прохода отжиг. По новому маршруту отжиг на промежуточном размере $38 \times 2,2$ мм после волоче-

ний на короткой оправке исключен. При обработке по маршруту 57×5 —38,3 (ХПТ)— $26 \times 1,9$ (ХПТ) — 20×2 мм исключен отжиг после прокатки на размер $26 \times 1,9$ мм и безоправочное волочение на готовый размер выполняется непосредственно в наклепанном состоянии.

Внедрение новых маршрутов сокращает технологический цикл, увеличивает производительность волочильного отдела и сокращает грузопотоки. В отдельных случаях улучшается качество поверхности труб. Устранение промежуточных отжигов и связанных с ними вспомогательных операций дает значительный экономический эффект (данные для труб из сталей 10 и 20):

Готовый размер, мм . .	14×1	$10 \times 1,4$	$16 \times 1,4$	$14 \times 1,5$	20×2	$18 \times 2,5$
Экономия, руб/1000 м	5,95	4,03	5,28	5,28	9,29	10,94

Внедрение новых маршрутов не вызвало введения новых дополнительных операций.

Всего в цехах холодной прокатки труб Первоуральского Новотрубного завода было пересмотрено около 50 маршрутов и получен годовой экономический эффект свыше 200 тыс. руб. Как показывают приведенные выше расчеты Уралгипромеца, этим не исчерпаны все имеющиеся в производстве резервы, связанные с лучшим использованием пластичности металла.

Существенный экономический эффект за счет лучшего использования пластичности получен также на ряде заводов по обработке цветных металлов.

6. Экспериментальная проверка расчетов использования ресурса пластичности при холодной прокатке и волочении стальных труб

Ранее приведены формулы для определения использования ресурса пластичности при холодной прокатке и волочении труб. С целью проверки точности расчета А. А. Богатов, В. С. Плахотин и В. И. Уральский провели экспериментальное исследование. На стане ХПТ-75 и тридцатитонном волочильном стане из отожженной заготовки одного размера прокатали и протянули трубы с различными степенями деформации. При прокатке варьирование степени деформации осуществляли за счет изменения толщины стенки готовой трубы и ее диаметра. Из середины деформированной трубы каждого размера вырезали пять колец шириной 10 мм. На наружную поверхность колец типографским способом были нанесены координатные сетки, состоящие из системы соприкасающихся окружностей. Затем кольца сплющивали на ручном гидравлическом прессе до момента появления первых трещин на боковой поверхности. По искажению

круглых ячеек координатной сетки определили при испытании величину степени деформации, предшествовавшей разрушению:

$$\Lambda = 2 \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_2^2},$$

где $\varepsilon_1 = \ln \frac{a}{d}$, $\varepsilon_2 = \ln \frac{b}{d}$,

a , b — длина и ширина ячейки после деформации;
 d — база сетки.

Показатель напряженного состояния в месте разрушения рассчитывали по формуле

$$\frac{\sigma}{T} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_2^2}}.$$

По диаграммам пластичности для показателя σ/T определили величину предельной степени деформации Λ_p для данного материала. После этого подсчитали использование ресурса пластичности в каждом конкретном случае прокатки или волочения по формуле

$$\Psi_{\text{экс}} = 1 - \frac{\Lambda}{\Lambda_p}.$$

Для экспериментов были выбраны марки стали 20А и 30ХГСА, которые являются наиболее характерными для двух групп трубных сталей — углеродистых и легированных.

В табл. 20—22 представлены экспериментальные данные по использованию ресурса пластичности при различных режимах прокатки и волочения труб. Каждый результат является усредненным по 4—5 испытаниям.

ТАБЛИЦА 20. СРАВНЕНИЕ РАСЧЕТНЫХ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСА ПЛАСТИЧНОСТИ ПРИ БЕЗОПРАВОЧНОМ ВОЛОЧЕНИИ ТРУБ

№ опыта	Маршрут волочения, мм	Ψ	
		расч.	эксп.
	30ХГСА		
1	52×2,5—42×2,55	0,2	0,3
2	52×2,5—42×2,6—33×2,65	0,4	0,6
3	52×2,5—42×2,6 33×2,65—28×2,77 }	0,6	0,8
	Сталь 20А		
4	52×2,0—42×2,14	0,2	0,2
5	52×2,0—42×2,14—33×2,4	0,3	0,3
6	52×2,0—42×2,14—33×2,4 28×2,5—25×2,56 }	0,5	0,4

ТАБЛИЦА 21. СРАВНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И РАСЧЕТНЫХ
ДАННЫХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСА ПЛАСТИЧНОСТИ
ПРИ ВОЛОЧЕНИИ ТРУБ НА КОРОТКОЙ ОПРАВКЕ

№ опыта	Маршрут волочения, мм	ψ	
		расч.	эксп.
30ХГСА			
1	68×6,7—60×5,97	0,2	0,15
2	68×6,7—60×5,5—56,13×5,02	0,5	0,6
3	68×6,7—60×5,5—56×5—50,1×4,32	0,7	0,7
4	68×6,7—60×5,5—56×5—49×4,08	0,8	0,8
5	68×6,7—60×5,5—56×4,6—48,24×3,68	0,9	0,9
Сталь 20А			
6	68×6,5—58,12×5,32	0,3	0,2
7	68×6,5—60×5,5—56,18×4,56	0,4	0,3
8	68×6,5—60×5,9—56×5—50,12×4,3	0,6	0,3
9	68×6,5—60×5,9—56×5—49×4,05	0,6	0,4
10	68×6,5—60×5,9—56×4,6—48,3×3,65	0,7	0,5

ТАБЛИЦА 22. СРАВНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И РАСЧЕТНЫХ
ЗНАЧЕНИЙ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСА ПЛАСТИЧНОСТИ
ПРИ ХОЛОДНОЙ ПРОКАТКЕ ТРУБ

№ опыта	Маршрут прокатки, мм	Подача, мм	ψ	
			расч.	эксп.
Сталь 20А				
1	68×6,5—52×3,5	12	0,3	0,3
2	68×6,5—52×3,2	11	0,3	0,4
3	68×6,5—52×2,35	8	0,4	0,5
4	68×6,5—52×1,0	5	0,7	0,8
5	68×6,5—45×4,8	14	0,2	0,2
6	68×6,5—45×3,65	12	0,3	0,3
7	68×6,5—45×2,7	10	0,4	0,4
8	68×6,5—45×1,85	8	0,6	0,7
9	68×6,5—45×1,35	7	0,7	0,8
10	68×6,5—32×2,75	6	0,5	0,5
30ХГСА				
11	68×6,7—52×4,0	14	0,3	0,3
12	68×6,7—52×3,35	10	0,3	0,5
13	68×6,5—52×2,35	8	0,5	0,7
14	68×6,7—52×2,0	7	0,6	0,7
15	68×6,7—45×4,85	14	0,3	0,4
16	68×6,7—45×3,8	11	0,4	0,5
17	68×6,7—45×2,7	10	0,5	0,6
18	68×6,7—45×1,85	7	0,6	0,7
19	68×6,7—32×2,75	7	0,7	0,8

В этих же таблицах приведены расчетные значения использования ресурса пластичности Ψ , подсчитанные по формулам, приведенным в пп. 1—4 главы V. Для определения расчетного значения ψ при холодной прокатке труб принимали $\alpha = 1,4$, $\beta = 0,45$, т. е. их средние значения в области изменения.

Удовлетворительная сходимость расчетных и экспериментальных данных позволяет считать, что предложенные выше формулы можно использовать для инженерных расчетов предельных деформаций без разрушения при холодной прокатке и волочении труб. Действительно, в 34% случаев расчетное значение совпало с опытными, в 46% случаев отклонение $\Delta\Psi$ было 0,1 и лишь в 20% случаев отклонение было больше 0,1.

Напряженно-деформированное состояние и разрушение при прессовании и волочении

В этой главе рассмотрены некоторые задачи по определению напряжений, деформаций и разрушения при волочении и прессовании. Показано, как сделать оценку возможности разрушения металла, если известны поле линий скольжения и годограф скоростей. Для оценки разрушения или степени использования пластичности металла при волочении прутков и проволоки применены известные инженерные решения (интегрирование приближенных уравнений равновесия). Рассмотрен новый способ обработки металлов давлением — прессование жидкостью, находящейся под высоким давлением (гидроэкструзия). Показано, как проводить оценку возможности гидроэкструзии хрупких материалов без их разрушения.

1. Волочение и прессование в условиях плоского деформированного состояния

Рассмотрим протягивание полосы через щелевидную матрицу-волоку [74, 176]. Толщина полосы до волочения h_0 , после h_1 . Угол между плоскостями волоки 2α . В некотором отделении от очага деформации задняя и передняя части полосы движутся со скоростями соответственно v_0 и v_1 . Вследствие несжимаемости $v_1 = \frac{h_0}{h_1} v_0$ (рис. 83).

Для простоты рассмотрим волочение без трения о стенки волоки (учесть постоянную силу трения просто). Поэтому контактное напряжение нормально к стенке AB волоки. Примем, что вдоль AB действует равномерное давление p (в противном случае не будут удовлетворены все статические и кинематические граничные условия). Тогда в треугольнике ABC — равномерное напряженное состояние. К треугольнику примыкают централизованные поля ADC и BCE , причем углы φ и ψ пока неизвестны.

Для четырехугольника $CDOE$ имеем краевую задачу по данным на линиях скольжения CD и CE . Поле линий скольжения строится численным методом, описанным в п. 2 главы III. Итак, поле линий скольжения будет определено, если известны три параметра: p , φ и ψ .

По симметрии точка O лежит на оси полосы, а линии скольжения пересекают ее под углом $\pi/4$. Из второго условия вытекает, что $\alpha = \psi - \varphi$. Оставшиеся два параметра (p и, например, φ) опреде-

ляются по условиям, что сумма горизонтальных составляющих напряжений по линии ADO равна нулю, а точка O лежит на осевой линии.

Покажем, что найденное таким образом поле напряжений удовлетворяет кинематическим ограничениям. Вдоль ADO и BEO нормальные составляющие скорости известны, так как известны скорости

движения жестких частей полосы, а нормальная составляющая скорости не может иметь разрыва. По этим данным можно найти скорости в четырехугольнике $ODCE$ (краевая задача). Вдоль прямых AD и BE нормальная составляющая скорости постоянна. Постоянны v_x и v_y вдоль каждой линии центральных полей, включая AC и BC . Поэтому в треугольнике ABC скорость частиц также одинакова и направлена вдоль линии AB (в противном случае не будет удовлетворено условие несжимаемости).

Таким образом, в общем случае решение задачи о напряженном и деформированном состоянии при волочении полосы связано с численным решением в четырехугольнике $DCEO$ и подбором параметров ρ и φ (или ψ) так, чтобы удовлетворить всем граничным условиям. В частном случае, когда угол $\varphi = 0$, четырехугольник $DCEO$ вырождается в линию и решение достигается аналитическим путем. Для того чтобы угол φ был равен нулю, должна

Рис. 83. Схема волочения полосы

быть справедлива следующая связь между углом α и скоростью полосы:

$$v_1 = v_0 (1 + 2 \sin \alpha). \quad (6.1)$$

Тогда совместимое с кинематическими граничными условиями поле линий скольжения может быть принято, как на рис. 84, а. Рассмотрим этот частный случай.

Очаг деформации ограничен криволинейным треугольником acd . Поле линий скольжения имеет две характерные области: в прямоугольном треугольнике abd ортогональная сетка прямых линий, в секторе dbc — круговое центрированное поле.

Известно [176], что в этом случае напряжение волочения просто определяется по формуле

$$\sigma_1 = 4\tau_s \frac{(1 + \alpha) \sin \alpha}{1 + 2 \sin \alpha}. \quad (6.2)$$

Найдем показатель напряженного состояния на линии cd , которая является линией максимальных касательных напряжений. В случае плоского деформированного состояния (см. стр. 135 [74])

$$\sigma = \sigma_1 - \tau_s,$$

и тогда, имея в виду формулу (6.2), получим на линии cd

$$\left(\frac{\sigma}{T}\right)_{cd} = \frac{4(1+\alpha)\sin\alpha}{1+2\sin\alpha} - 1. \quad (6.3)$$

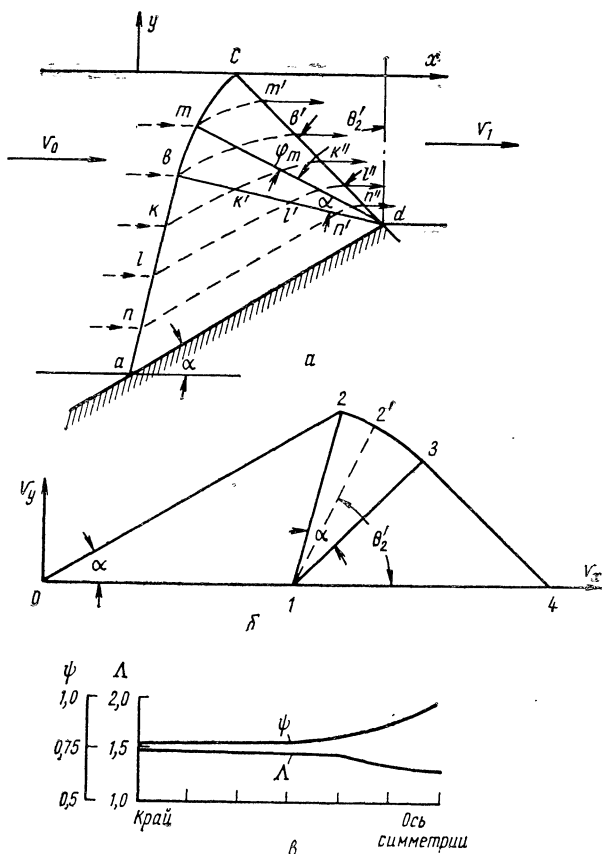


Рис. 84. К определению напряженно-деформированного состояния и разрушения при волочении полосы без трения:

a — поле линий скольжения и линий тока; b — годограф скоростей и линий тока; c — степень использования ресурса пластичности стали марки 20 (ψ) и степень деформации сдвига (Λ)

Выражение (6.3) определяет показатель напряженного состояния на линии cd . Его значения в зависимости от угла α будут следующие:

$\alpha, \frac{\text{рад}}{\text{град}}$	0,087	0,174	0,262	0,349	0,436	0,525	0,61	0,696
	5	10	15	20	25	30	35	40
$(\sigma/T)_{cd}$	-0,68	-0,40	-0,16	+0,10	+0,31	+0,52	+0,74	+0,9

Подсчитаем показатель напряженного состояния в круговом секторе dbc . Теорема Генки устанавливает связь между гидростатиче-

ским давлением σ и углом φ (наклона линий скольжения α и β к оси x) вдоль линии скольжения в виде

$$\sigma \pm 2\tau_s \varphi = \text{const.} \quad (6.4)$$

Приведем выражение (6.4) к виду, удобному для подсчета показателя напряженного состояния:

$$\frac{\sigma}{T} + 2\varphi = \text{const.} \quad (6.4a)$$

Показатель σ/T в каждой точке кругового сектора определяется значением его на линии cd и углом φ , отсчитываем от этой линии.

В треугольнике abd напряженное состояние однородное и показатель его имеет такую же величину, как и на линии bd , а именно:

$\alpha, \frac{\rho a d}{\varepsilon \rho a d} \dots \dots \dots$	$\frac{0,087}{5}$	$\frac{0,174}{10}$	$\frac{0,262}{15}$	$\frac{0,349}{20}$	$\frac{0,436}{25}$	$\frac{0,525}{30}$	$\frac{0,610}{35}$	$\frac{0,696}{40}$
$(\sigma/T)_{abd} \dots \dots \dots$	$-0,85$	$-0,75$	$-0,68$	$-0,60$	$-0,56$	$-0,51$	$-0,46$	$-0,49$

Таким образом, напряженное состояние определено во всем очаге деформации полосы при ее волочении. Для решения вопросов разрушения необходимо определить деформированное состояние, найти линии тока (траектории движения частиц), подсчитать степень деформации или степень использования пластичности металла ψ .

Пользуясь результатами работы И. П. Ренне [134], опишем деформированное состояние в рассматриваемом случае волочения полосы. Его можно получить с помощью годографа скоростей.

Годограф есть диаграмма, на которой показывается скорость любой частицы материала. Методика его вычерчивания в общем случае будет примерно такой же, как в рассматриваемой задаче. Точка O годографа, показанного на рис. 84, б, берется за начальную и, следовательно, изображает неподвижную волоку. Точка I изображает скорость недеформированной заготовки ($v_x = v_0$, $v_y = 0$), точка 4 изображает скорость вышедшей из волоки полосы ($v_x = v_1$, $v_y = 0$). Отношение отрезков $O4$ к $O1$ равно в силу условия постоянства объемов отношению высот полосы до и после деформации.

Треугольник abd (рис. 84, а) движется, как жесткое тело. Область скоростей его частиц на годографе изобразится в виде точки. Нормальная составляющая скорости на линии ab не может терпеть разрыва. Она равна для точек слева от ab $v_0 \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$. Тогда для частиц правее ab полная скорость (модуль вектора скорости) будет $\sqrt{2} v_0 \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$. Треугольник abd движется параллельно поверхности волоки ad . Отложим на плоскости годографа под углом α отрезок $\sqrt{2} v_0 \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$. Полученная таким образом точка 2 на плоскости годографа скоростей изобразит движение треугольника abd .

Разрыв касательной к ab составляющей скорости изображается на годографе линией, соединяющей точки 1 и 2. Линия 23 годографа

отображает изменение скорости справа от границы bc , а линия 34 — разрыв касательной составляющей на линии cd .

Линии тока в физической плоскости изображены на рис. 84, а линиями со стрелками. Они имеют свой образ и на плоскости скоростей. Этот образ или отображение называется годографом линий тока. При установившемся плоском течении пластическая область разделяет две жесткие области, каждая из которых движется с постоянной скоростью (в нашем случае не деформирующиеся передний и задний концы полосы). Годографы всех линий точка на плане скоростей выходят из одной общей точки и сходятся в одной общей точке. Линии тока в жестких областях на годографе изображаются точками. Точка линии тока, в которой скорость терпит разрыв, изменяется скачком (например, на границе между жесткой и пластической областью) на годографе отображается линией, длина которой равна величине скачка. Все линии тока, которые пересекают границу ab , изображаются годографом линий тока 1234 . Линии тока, пересекающие границу bc , изображаются годографом линии тока $12'34$. Положение точки $2'$ определяется углом θ_2' , который также определяет положение точки m на линии bc .

И. П. Ренне показал, что можно подсчитать степень деформации сдвига, если известно поле линий скольжения, годограф скоростей и годограф линий тока по формуле

$$\Lambda = \int_0^v \frac{2 \cos \delta}{u \sin 2\beta} dv, \quad (6.5)$$

где β — угол между линией тока и одной из линий скольжения в точке;

δ — угол между вектором скорости и годографом линии тока в той же точке;

u — модуль вектора скорости ($u = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$);

v — путь точки «а» вдоль годографа линий тока, соответствующий некоторому пути движения ее образа A на физической плоскости.

Если на границе между жесткой и пластической областью имеется разрыв в скоростях, то точка на линии тока, расположенная на этой границе, изображается на годографе линией, вдоль этой линии $d\Lambda/dv = \text{const}$.

Сделаем оценку возможности разрушения описанным в предыдущем параграфе способом. Условие деформирования без разрушения имеет вид

$$\Psi = \int_0^t \frac{H}{\Lambda_p} d\tau < 1. \quad (6.6)$$

Проследим за деформацией некоторой частицы, проходящей по линии тока mm' (рис. 84, а). В точке m при постоянном показателе

напряженного состояния, на линии mm' при переменном σ/T и в точке m' также при постоянном показателе напряженного состояния происходит деформация. Условие (6.6) можно записать иначе

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3 < 1.$$

По И. П. Ренне степень деформации на входе в очаг деформации в точке m

$$\Lambda_m = \frac{V\sqrt{2} \sin \alpha}{\sin \theta'_2}.$$

Здесь θ'_2 — параметр, определяющий положение точки m , которым задаются.

Деформация в точке m происходит при постоянном показателе напряженного состояния, который определяется по формуле

$$\left(\frac{\sigma}{T}\right)_m = \left(\frac{\sigma}{T}\right)_{cd} - 2(\theta'_2 - \pi/4).$$

Степень использования пластичности металла в точке M

$$\Psi_1 = \frac{\Lambda_m}{\Lambda_p \left[\left(\frac{\sigma}{T}\right)_m\right]}. \quad (6.7)$$

Раньше было показано, что зависимость $\Lambda_p \sim \frac{\sigma}{T}$ может быть аппроксимирована, например, в случае изменения показателя напряженного состояния в сравнительно узком интервале, линейно:

$$\Lambda_p = A + B \frac{\sigma}{T}. \quad (6.8)$$

Так, для стали марки 20 коэффициенты в формуле (6.8) имеют такое значение: $A = 1,9$; $B = -1,1$.

На линии mm' в некоторой точке с угловой координатой θ $d\Lambda/dv$ выражается так:

$$\frac{d\Lambda}{dv} = \frac{1}{v_0 (\cos \theta + V\sqrt{2} \sin \alpha)}.$$

В этой же точке показатель напряженного состояния

$$\left(\frac{\sigma}{T}\right) = \left(\frac{\sigma}{T}\right)_{cd} - 2\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right).$$

Тогда степень использования запаса пластичности металла на участке mm' можно записать:

$$\begin{aligned} \Psi_2 &= \int_0^v \frac{d\Lambda}{dv} \cdot \frac{dv}{A + B \frac{\sigma}{T}} = \\ &= \int_{\pi/4}^{\theta'_2} \frac{V\sqrt{2} \sin \alpha}{\cos \theta + V\sqrt{2} \sin \alpha} \cdot \frac{d\theta}{A + B \left[\left(\frac{\sigma}{T}\right)_{cd} - 2\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)\right]}. \end{aligned} \quad (6.9)$$

Вычисление по формуле (6.9) можно сделать численным методом. Степень деформации на выходе из очага деформации в точке m'

$$\Lambda_{m'} = \frac{2 \sin \alpha}{1 + 2 \sin \alpha}.$$

Эта деформация протекает при постоянном показателе напряженного состояния $(\sigma/T)_{cd}$ и степень использования пластичности металла в точке m' составляет

$$\Psi_3 = \frac{\Lambda_{m'}}{\Lambda_p \left[\left(\frac{\sigma}{T} \right)_{cd} \right]}. \quad (6.10)$$

Полное использование пластичности при движении частицы металла по линии тока $kk'k''$ можно также записать как $\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3$. Степень деформации в точке k

$$\Psi_1 = \frac{\Lambda_k}{A + B \left(\frac{\sigma}{T} \right)_{abd}}. \quad (6.11)$$

Показатель напряженного состояния $(\sigma/T)_{abd}$ определен ранее.

Степень деформации и, следовательно, использование пластичности на участке kk' равны нулю, так как треугольная область abd не деформируется. Использование пластичности на участке $k'k''\Psi_2$ определяется по формуле (6.9), в которой следует принять $\theta'_2 = \frac{\pi}{4} + \alpha$. Использование пластичности в точке k'' подсчитывается по формуле (6.10).

Точка c является особой точкой, в ней скорость терпит разрыв, скачком изменяется от v_0 до v_1 . Степень деформации сдвига в точке c можно подсчитать по формуле

$$\Lambda_c = 2 \ln \frac{v_1}{v_0},$$

которая получена в предположении, что скорость возрастает от v_0 до v_1 за малый, но конечный промежуток времени, а деформация при этом монотонная. Тогда использование запаса пластичности металла в точке c

$$\Psi = \frac{2 \ln \frac{v_1}{v_0}}{A + B \left(\frac{\sigma}{T} \right)_{cd}}. \quad (6.12)$$

По приведенной выше методике сделаем расчет степени использования пластичности Ψ для ряда линий тока, приведенных на рис. 84, а. Изменение величины Ψ по толщине выходящей из очага деформации полосы из стали марки 20 показано на рис. 84, в. В расчете принято, что $\alpha = \pi/6$. Наиболее неблагоприятным с точки зрения разрушения металла является центральный слой полосы. Там значение $\Psi = 1,03$, т. е. должно наступить разрушение. В направлении

к контактной поверхности использование запаса пластичности несколько снижается и на поверхности $\psi = 0,84$. Этот факт снижения вероятности разрушения к поверхности полосы не является обязательным для данных условий волочения, а определяется характером зависимости пластичности металла от показателя напряженного состояния. Диаграммы пластичности сталей и цветных металлов (рис. 14—28) показывают различный характер изменения пластичности, причем для некоторых материалов (сталь X18H9T, латунь ЛЮ70-1) характерно аномальное поведение — интенсивность роста пластичности с уменьшением показателя σ/T невелика. Поэтому для подобных металлов использование пластичности будет определяться непосредственно величиной степени деформации Λ (рис. 84, в):

$$\psi = \frac{\Lambda}{\Lambda_p [\sigma/T]}.$$

Если для некоторого металла $\Lambda_p [\sigma/T]$ в очаге деформации изменяется незначительно, то на контактной поверхности в рассматриваемом случае значение Ψ окажется выше, чем в центре полосы, и здесь наиболее вероятно появление трещин.

В общем случае волочения (рис. 83) расчет степени использования пластичности производится несколько иначе. Методика расчета будет ясна после рассмотрения некоторых характерных задач по прессованию¹.

Рассмотрим случай прессования через гладкий контейнер и матрицу. Поле линий скольжения при прессовании с вытяжкой $\mu = 3$ показано на рис. 85, а. Оно состоит из центрированного поля *mdl* и треугольной области *gdm* однородного напряженного состояния. Линии скольжения в области *gdm* наклонены к стенке матрицы под углом $\pi/4$. Под этим же углом характеристика *ml* пересекает ось симметрии. Определим показатель напряженного состояния в очаге деформации. На линии *ml* среднее гидростатическое давление записывается в виде

$$\sigma = \sigma_1 - \tau_s.$$

В силу отсутствия осевой равнодействующей силы на выходе полосы показатель напряженного состояния $\sigma/T = -1$. Используя соотношения Генки (6.4), можно найти значение показателя σ/T в других характерных точках:

Точки	.	.	.	.	.	.
σ/T	.	.	.	.	.	.
	a	b	c	d		
	-1,78	-2,57	-3,36	-4,14		

В треугольнике *gdm* напряженное состояние однородное, а вдоль радиальных линий сектора *dml* $\sigma/T = \text{const}$.

Линии тока в области *mdg* представляют собой горизонтальные прямые линии, а в области *mdl* уравнение линий тока находим с помощью годографа скоростей [134].

¹ В отличие от волочения прессованию свойственно большее многообразие различных случаев и вариантов. Обширный обзор решений для прессования содержится в работе [44].

В произвольной точке $M(\rho, \theta)$ области mdl

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{2} \sin \theta}{1 + \sqrt{2} \cos \theta}, \quad (6.13)$$

где ρ и θ — радиус и угол, определяющие положение точки M (рис. 85, а).

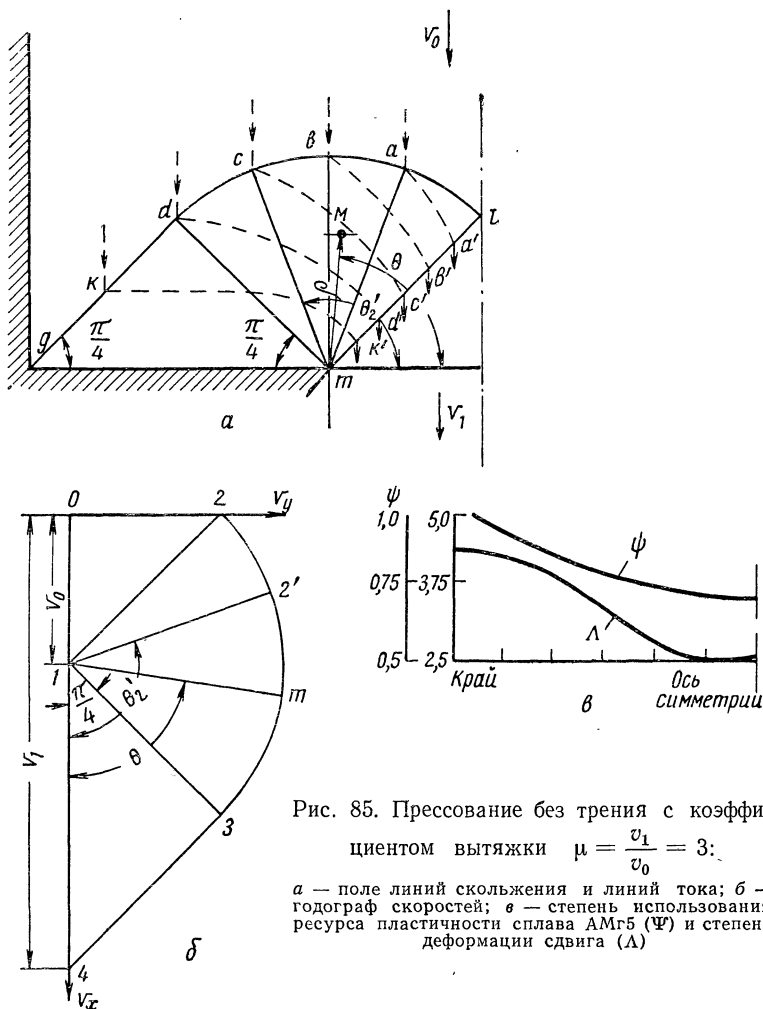


Рис. 85. Прессование без трения с коэффициентом вытяжки $\mu = \frac{v_1}{v_0} = 3$:

а — поле линий скольжения и линий тока; б — годограф скоростей; в — степень использования ресурса пластичности сплава АМг5 (Ψ) и степень деформации сдвига (Λ)

Переходя к цилиндрическим координатам и интегрируя (6.13), уравнение линии тока можно записать:

$$\rho = \rho_0 \frac{\sqrt{2} + \cos \theta_0}{\sqrt{2} + \cos \theta}, \quad (6.14)$$

где θ_0 и ρ_0 — координаты точки входа в область ldm .

Все линии тока, пересекающие границу пластической области, имеют одинаковый годограф 1234 , а пересекающие границу dl — линию $12'34$ (рис. 85, б). Сделаем оценку использования ресурса пластичности при прессовании сплава АМг5. По И. П. Ренне степень деформации на входе в очаг деформации в некоторой точке c на линии dl будет:

$$\Lambda_c = \frac{\sqrt{2}}{\sin \theta'_2}, \quad (6.15)$$

где θ'_2 — угол, определяющий положение точки на линии dl . Значение показателя σ/T в точке c известно. Степень использования пластичности в точке c

$$\Psi_1 = \frac{\Lambda_c}{\Lambda_p \left[\left(\frac{\sigma}{T} \right)_c \right]}.$$

Для сплава АМг5 коэффициенты аппроксимации в (6.8) имеют значения: $A = 1,70$; $B = -1,05$. На участке линии тока cc' степень деформации определяется выражением

$$\Lambda_{cc'} = 2\sqrt{2} \left[\arctg \left(\tg \frac{\pi}{8} \tg \frac{\theta'_2}{2} \right) - \arctg \left(\tg^2 \frac{\pi}{8} \right) \right]. \quad (6.16)$$

Показатель напряженного состояния вдоль участка линии тока cc' изменяет свою величину монотонно. Примем его средним между показателем в начале и в конце линии тока:

$$\left(\frac{\sigma}{T} \right)_{cc'} \approx \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\sigma}{T} \right)_c + \left(\frac{\sigma}{T} \right)_{c'} \right].$$

Тогда использование пластичности на участке cc'

$$\Psi_2 = \frac{\Lambda_{cc'}}{A + B \left(\frac{\sigma}{T} \right)_{cc'}}.$$

Степень деформации в точке c'

$$\Lambda_{c'} = 0,67$$

и использование ресурса пластичности

$$\Psi_3 = \frac{\Lambda_{c'}}{A + B \left(\frac{\sigma}{T} \right)_{c'}}.$$

В точке l степень использования пластичности можно подсчитать по формуле (6.12).

На рис. 85, в показано распределение использования ресурса пластичности по толщине полосы. Величина Ψ возрастает от центра полосы к периферийным волокнам.

Рис. 86 иллюстрирует поле линий скольжения, годограф скоростей, линии тока и значение Ψ по сечению полосы при прессовании

сплава АмГ5 с вытяжкой $\mu = 2,0$. Характер распределения по толщине величины использования ресурса пластичности аналогичен рис. 85, в, но абсолютная величина, естественно, ниже.

Очень небольшое число задач плоского деформированного состояния может быть решено методом характеристик в аналитическом виде. В общих случаях необходимо привлекать численные методы. Покажем на примерах прессования, как, используя численные методы

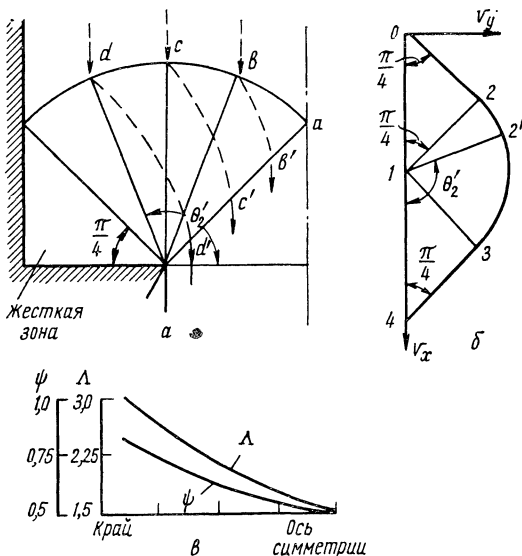


Рис. 86. То же, что и на рис. 85, но $\mu = 2$

и метод И. П. Ренне определения линий тока и степени деформации сдвига с помощью годографа линий тока, определить степень использования пластичности и возможность разрушения металла.

Задача определения степени деформации вдоль линии тока и использования ресурса пластичности по полю линий скольжения, годографу скоростей и линий тока для сложных полей прессования является трудоемкой. Решение, как показано в работе [135], может быть заменено приближенным решением, если поле линий скольжения заменить разрывным полем скоростей. При соответствующем выборе характера разрывного поля скоростей такая замена обеспечивает высокую степень приближения к точному решению, полученному по полю линий скольжения, а также хорошее соответствие экспериментальным данным.

Рассмотрим, как и в работе [135], пример прямого прессования с вытяжкой $\mu = 3,42$ при различных граничных условиях. На рис. 87, а, б показаны разрывные поля скоростей течения, которыми заменены поля линий скольжения, и годограф при прессовании через шероховатые контейнер и матрицу (напряжение трения равно τ_s).

Рис. 88, а, б иллюстрирует разрывное поле скоростей и годограф для того же случая прессования, но без трения.

Линии скольжения приближенно представлены в виде ломаных. Образованные ломаными линиями четырехугольные ячейки ограничивают части очага деформации, которые движутся, как жесткое тело, без деформации. Деформации сдвига локализованы на границах четырехугольников. Здесь нормальная к границе составляющая ско-

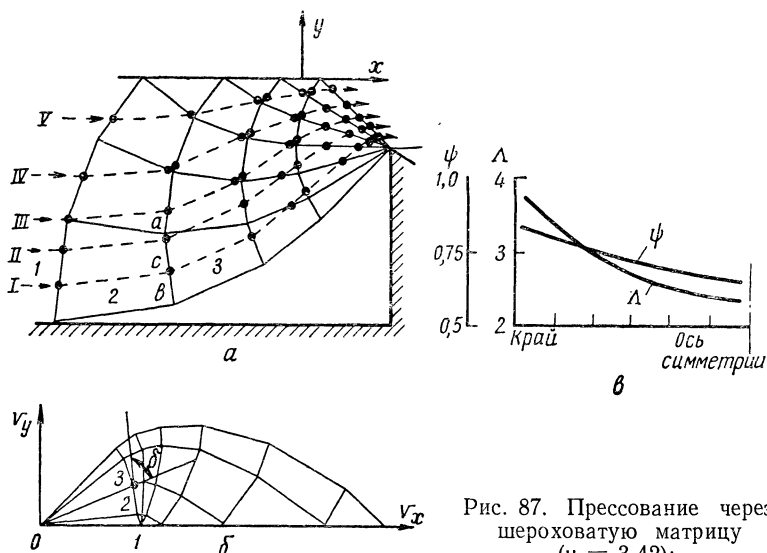


Рис. 87. Прессование через шероховатую матрицу ($\mu = 3,42$):

а — разрывное поле скоростей; б — годограф скоростей и линий тока; ψ — степень использования ресурса пластичности сплава АМг5 (ψ) и степень деформации сдвига (Λ)

рости непрерывна, а касательная изменяется скачком терпит разрыв. Определим использование ресурса пластичности вдоль линии тока при прессовании, например, сплава АМГ5. Показатель напряженного состояния подсчитывали в точках пересечения ломаных линий разрыва скоростей (точки а, б и т. д. рис. 87, а) по известной методике. В узлах пересечения линий тока с прямыми линиями заменяющими линии скольжения (точка с), показатель σ/T определяли линейной интерполяцией. Для подсчета степени деформации использовали формулу (6.5). Поскольку $\frac{d\Lambda}{dv} = \text{const}$ вдоль линий разрыва скоростей и $\beta = \delta$, эта формула принимает вид

$$\Lambda = \frac{v}{u \sin \beta} = \frac{v}{u \sin \delta}. \quad (6.17)$$

Все параметры, входящие в формулу (6.17), находятся непосредственно из годографа скоростей. Например, при подсчете степени деформации в точке с на линии разрыва ab (рис. 87, а) эти параметры определяем следующим образом. Скорость за линией разрыва —

линия 03 , годограф — линия 23 , δ — угол между указанными направлениями (рис. 87, б). Таким образом, для всех линий тока, показанных на рис. 87, а и 88, а, определены показатели на линиях разрыва (в таблице названы узлами): степень деформации Λ_i , показатель напряженного состояния $(\sigma/T)_i$ и степень использования ресурса пластичности Ψ_i . Данные приведены в табл. 23 и 24. Здесь

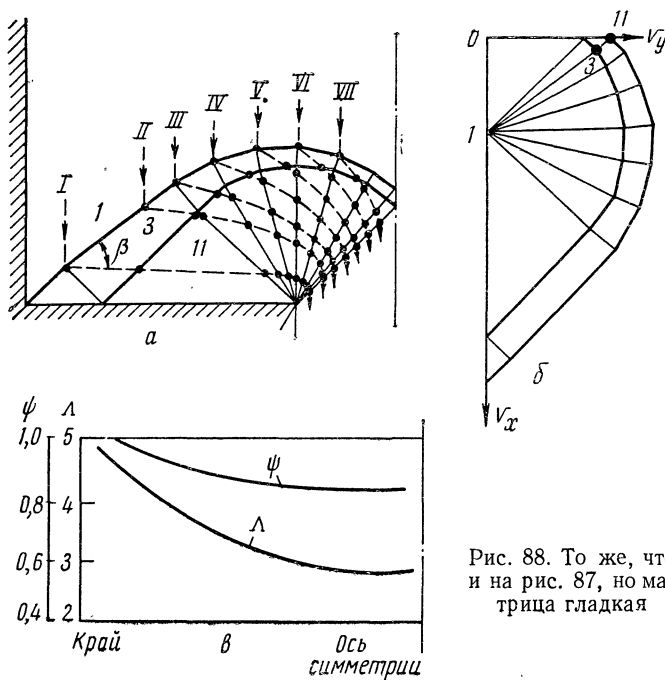


Рис. 88. То же, что и на рис. 87, но матрица гладкая

же показано нарастание степени деформации и использования запаса пластичности вдоль линий тока.

Степень деформации при прессовании в обоих случаях возрастает от центра полосы к периферийным волокнам, причем величина степени деформации в случае прессования без трения будет значительно выше (рис. 87, в и 88, в). Расчеты показывают, что аналогично изменяется и степень использования ресурса пластичности по толщине полосы. Наиболее вероятно разрушение металла при прессовании без трения, в этом случае на поверхности полосы $\Psi = 1$. Закономерность изменения использования запаса пластичности по толщине полосы, показанная на рис. 87, в и 88, в, является характерной только для сплава АмГ5 и в общем случае определяется зависимостью пластичности металла от показателя напряженного состояния.

ТАБЛИЦА 23. РАСЧЕТ СТЕПЕНИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСА

№ линии тока	Параметр			
		1	2	3
I	Λ_i	0,14	0,27	0,55
	$\Lambda = \sum \Lambda_i$	0,14	0,41	0,96
	$(\sigma/T)_i$	-2,30	-2,80	-3,62
	Ψ_i	0,04°	0,06	0,11
	$\Psi = \sum \Psi_i$	0,04	0,10	0,21
II	Λ_i	0,14	0,64	0,35
	$\Lambda = \sum \Lambda_i$	0,14	0,78	1,13
	$(\sigma/T)_i$	-2,55	-2,85	-2,83
	Ψ_i	0,03	0,14	0,10
	$\Psi = \sum \Psi_i$	0,03	0,17	0,27
III	Λ_i	0,15	0,29	0,23
	$\Lambda = \sum \Lambda_i$	0,15	0,44	0,67
	$(\sigma/T)_i$	-2,02	-2,30	-2,50
	Ψ_i	0,04	0,07	0,06
	$\Psi = \sum \Psi_i$	0,04	0,11	0,17
IV	Λ_i	0,15	0,29	0,18
	$\Lambda = \sum \Lambda_i$	0,15	0,44	0,62
	$(\sigma/T)_i$	-1,76	-2,40	-2,50
	Ψ_i	0,04	0,07	0,04
	$\Psi = \sum \Psi_i$	0,04	0,11	0,15
V	Λ_i	0,14	0,33	0,37
	$\Lambda = \sum \Lambda_i$	0,14	0,47	0,84
	$(\sigma/T)_i$	-1,40	-1,90	-1,70
	Ψ_i	0,04	0,09	0,11
	$\Psi = \sum \Psi_i$	0,04	0,13	0,24

ПЛАСТИЧНОСТИ ПРИ ПРЕССОВАНИИ СПЛАВА АМГ5 ($\tau = \tau_s$)

Узлы					
4	5	6	7	8	9
0,41	0,37	0,43	0,48	0,44	0,19
1,37	1,74	2,17	2,65	3,09	3,28
—3,80	—3,08	—2,57	—2,04	—1,52	—1,0
0,07	0,08	0,10	0,13	0,14	0,07
0,28	0,36	0,46	0,59	0,71	0,78
0,23	0,13	0,42	0,48	0,44	0,19
1,36	1,49	1,91	2,39	2,83	3,02
—3,20	—2,90	—2,57	—2,04	—1,52	—1,0
0,05	0,03	0,10	0,13	0,14	0,07
0,32	0,35	0,45	0,58	0,72	0,79
0,33	0,41	0,24	0,48	0,44	0,19
1,00	1,41	1,65	2,13	2,57	2,76
—2,40	—2,20	—2,42	—1,90	—1,52	—1,0
0,08	0,11	0,06	0,13	0,14	0,07
0,25	0,36	0,42	0,55	0,69	0,76
0,33	0,41	0,14	0,48	0,44	0,19
0,95	1,36	1,50	1,98	2,42	2,61
—2,33	—2,30	—1,60	—1,90	—1,57	—1,0
0,08	0,10	0,04	0,13	0,14	0,07
0,23	0,33	0,37	0,50	0,64	0,71
0,38	0,46	0,43	0,18	0,19	—
1,22	1,68	2,11	2,29	2,46	—
—1,80	—1,75	—1,38	—1,40	—1,0	—
0,10	0,13	0,14	0,04	0,07	—
0,34	0,47	0,61	0,65	0,72	—

ТАБЛИЦА 24. РАСЧЕТ СТЕПЕНИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСА

№ линии тока	Параметр				
		1	2	3	4
I, II	Λ_i	1,62	0,25	0,24	0,34
	$\Lambda = \sum \Lambda_i$	1,62	1,87	2,11	2,45
	$(\sigma/T)_i$	-3,62	-4,14	-4,14	-3,62
	Ψ	0,3	0,04	0,04	0,06
	$\Psi = \sum \Psi_i$	0,3	0,34	0,38	0,44
III	Λ_i	1,62	0,26	0,34	0,35
	$\Lambda = \sum \Lambda_i$	1,62	1,88	2,22	2,57
	$(\sigma/T)_i$	-3,62	-3,80	-3,62	-3,08
	Ψ	0,30	0,04	0,05	0,07
	$\Psi = \sum \Psi_i$	0,30	0,34	0,39	0,46
IV	Λ_i	1,23	0,23	0,35	0,26
	$\Lambda = \sum \Lambda_i$	1,23	1,46	1,81	2,07
	$(\sigma/T)_i$	-3,10	-3,25	-3,08	-2,57
	Ψ_i	0,25	0,04	0,07	0,06
	$\Psi = \sum \Psi_i$	0,25	0,29	0,36	0,42
V	Λ_i	1,42	0,25	0,26	0,28
	$\Lambda = \sum \Lambda_i$	1,42	1,67	1,93	2,21
	$(\sigma/T)_i$	-2,56	-2,70	-2,57	-2,04
	Ψ_i	0,32	0,05	0,06	0,07
	$\Psi = \sum \Psi_i$	0,32	0,37	0,43	0,50
VI	Λ_i	1,40	0,28	0,28	0,26
	$\Lambda = \sum \Lambda_i$	1,40	1,68	1,96	2,22
	$(\sigma/T)_i$	-2,12	-2,20	-2,04	-1,52
	Ψ_i	0,36	0,07	0,07	0,08
	$\Psi = \sum \Psi_i$	0,36	0,43	0,50	0,58
VII	Λ_i	1,48	0,30	0,26	0,64
	$\Lambda = \sum \Lambda_i$	1,48	1,78	2,04	2,68
	$(\sigma/T)_i$	-1,69	-1,65	-1,52	-1,17
	Ψ_i	0,43	0,08	0,08	0,22
	$\Psi = \sum \Psi_i$	0,43	0,51	0,59	0,81

Узлы					
5	6	7	8	9	10
0,35	0,26	0,28	0,26	0,64	0,17
2,80	3,06	3,34	3,60	4,24	4,41
-3,08	-2,57	-2,04	-1,52	-1,17	-1,0
0,07	0,06	0,07	0,08	0,22	0,06
0,51	0,57	0,64	0,72	0,94	1,00
0,26	0,28	0,26	0,64	0,17	
2,83	3,11	3,37	4,01	4,18	
-2,57	-2,04	-1,52	-1,17	-1,0	
0,06	0,07	0,08	0,22	0,06	
0,52	0,59	0,67	0,89	0,95	
0,28	0,26	0,64	0,17		
2,35	2,61	3,25	3,42		
-2,04	-1,52	-1,17	-1,0		
0,07	0,08	0,27	0,06		
0,49	0,57	0,79	0,85		
0,26	0,64	0,17			
2,47	3,11	3,28			
-1,52	-1,17	-1,0			
0,08	0,22	0,06			
0,58	0,80	0,86			
0,64	0,17				
2,86	3,03				
-1,17	-1,00				
0,22	0,06				
0,80	0,86				
0,17					
2,85					
-1,00					
0,06					
0,87					

2. Волочение круглых прутков и проволоки

Оценку деформируемости без разрушения при волочении круглых прутков и проволоки можно осуществить, основываясь на известных из литературы решениях инженерным методом (интегрирование приближенных уравнений равновесия и пластичности). Большинство формул для определения напряжения волочения [34, 111, 117, 124, 149, 154, 155, 201 и др.] обеспечивает достаточно хорошую точность подсчета напряжений волочения. Воспользуемся этими решениями, приведенными в работе [34], для оценки показателя напряженного состояния. Анализируя различные решения, С. И. Губкин отмечает,

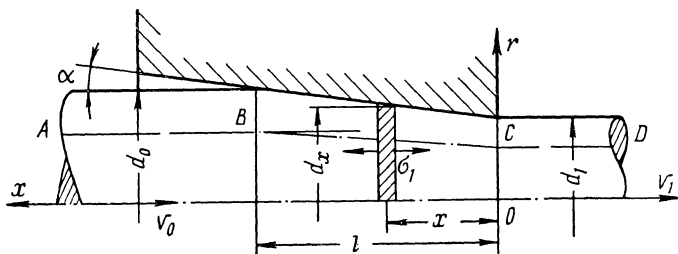


Рис. 89. Схема волочения прутка или проволоки

что «тот или иной вид формулы для определения рабочего напряжения при волочении зависит прежде всего от принятого условия трения. Кроме того, как было показано, на внешний вид формулы может оказать влияние способ определения величины радиального главного напряжения (с учетом или без учета проекции силы трения). Однако здесь наблюдается только различие во внешнем виде формулы, а на количественных результатах учет проекции силы трения или пренебрежение ею практически не сказывается, так как произведение $\mu \operatorname{tg} \alpha$ (μ — коэффициент трения, α — угол наклона образующей конуса волоки к направлению волочения) обычно меньше 1 и при определении рабочих напряжений волочения ввиду относительной малости угла α им можно пренебречь» (см. стр. 120 [34]).

Имея в виду это замечание, приведем расчет показателя напряженного состояния, основываясь на следующих положениях [34]. Сила трения постоянна, т. е.

$$\tau = \mu k' \quad (k' = 1,15\sigma_s).$$

Угол α (рис. 89) достаточно мал. Тогда среднее напряжение волочения в некотором сечении, абсцисса которого x , будет

$$\sigma_1 = 1,15\sigma_s (1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha) \ln \frac{F_0}{F_x} + \sigma_0, \quad (6.18)$$

где σ_0 — заднее натяжение,

$$F_0 = \frac{1}{4} \pi d_0^2 \quad \text{и} \quad F_x = \frac{1}{4} \pi d_x^2.$$

Формулы (6.18) или другого аналогичного выражения вполне достаточно для определения показателя напряженного состояния в произвольном сечении с абсциссой x . Действительно, из условия пластичности

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_1 - 1,15\sigma_s.$$

Тогда искомый показатель в произвольном сечении очага деформации запишется так:

$$\frac{\sigma}{T} = 2(1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha) \ln \frac{F_0}{F_x} + 1,73\sigma_0 - 1,33. \quad (6.19)$$

Во входном сечении, когда $F_x = F_0$,

$$\left(\frac{\sigma}{T}\right)_0 = 1,73\sigma_0 - 1,33, \quad (6.20)$$

а если заднего натяжения или противонатяжения нет, то

$$\left(\frac{\sigma}{T}\right)_0 = -1,33. \quad (6.20a)$$

В выходном сечении, когда $F_x = F_1 = \frac{1}{4} \pi d_1^2$,

$$\left(\frac{\sigma}{T}\right)_1 = 2(1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha) \ln \lambda + 1,73\sigma_0 - 1,33, \quad (6.21)$$

где $\lambda = \frac{F_0}{F_1}$ — коэффициент вытяжки.

Теперь рассмотрим деформированное состояние. Проволока в волоке с прямолинейной образующей меняет свой радиус от $r_0 = 0,5d_0$ до $r_1 = 0,5d_1$. Радиус произвольного сечения

$$r_x = r_0 - (l - x) \operatorname{tg} \alpha.$$

Назначим поле линий тока. Левее входного сечения и правее сечения выхода линии тока — прямые, параллельные оси прутка. Примем, что линии тока в очаге деформации также прямолинейны. На рис. 89 штрих-пунктиром показана некоторая произвольная линия тока $ABCD$. Принятие такого поля линий тока эквивалентно гипотезе плоских сечений, принимаемой при выводе инженерным методом формул типа (6.18).

Продольная составляющая скорости в произвольном сечении

$$v_x = -v_0 \frac{r_0^2}{[r_0 - (l - x) \operatorname{tg} \alpha]^2}, \quad (6.22)$$

а скорость удлинения

$$\xi_x = \frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{2v_0 r_0^2 \operatorname{tg} \alpha}{[r_0 - (l - x) \operatorname{tg} \alpha]^3}. \quad (6.23)$$

Определим радиальную составляющую скорости из условия несжимаемости:

$$\begin{aligned} \xi_r + \xi_\theta + \xi_x &= 0, \\ \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \xi_x &= 0. \end{aligned} \quad (6.24)$$

Интегрируя (6.24) совместно с (6.23), получим

$$v_r = - \frac{v_0 r_0^2 \operatorname{tg} \alpha}{[r_0 - (l - x) \operatorname{tg} \alpha]^3}. \quad (6.25)$$

Из (6.25) и (6.22) следует, что

$$\left. \begin{aligned} \xi_r &= \xi_0 = - \frac{v_0 r_0^2 \operatorname{tg} \alpha}{[r_0 - (l - x) \operatorname{tg} \alpha]^3} \\ \eta_{rx} &= \frac{\partial v_x}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial x} = - \frac{3v_0 r_0^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{[r_0 - (l - x) \operatorname{tg} \alpha]^4} \end{aligned} \right\} \quad (6.26)$$

Подсчитаем интенсивность скоростей деформации сдвига:

$$H = +2 \sqrt{\xi_x^2 + \xi_x \xi_r + \xi_r^2 + \frac{1}{4} \eta_{xr}^2}.$$

После соответствующих постановок эта формула примет вид

$$H = + \frac{v_0 r_0^2 \operatorname{tg} \alpha}{[r_0 - (l - x) \operatorname{tg} \alpha]^3} \sqrt{12 + 9 \operatorname{tg}^2 \alpha \frac{r^2}{[r_0 - (l - x) \operatorname{tg} \alpha]^2}}. \quad (6.27)$$

Выражение (6.27) справедливо для произвольной точки с координатами (x, r) . Нас интересует интенсивность скоростей деформации сдвига на некоторой линии тока BC . В этом случае координата r не будет независимой, ее можно выразить с помощью уравнения линии тока. Введем параметр $\bar{r}$, изменяющийся от 0 до 1 и определяющий положение линии тока. Величины $\bar{r}r_0$ и $\bar{r}r_1$ дают радиальные координаты точек B и C соответственно. Тогда уравнение линии тока

$$r = \bar{r} [r_0 - (l - x) \operatorname{tg} \alpha],$$

и формулу (6.27) можно записать так

$$H = + \frac{v_0 r_0^2 \operatorname{tg} \alpha}{[r_0 - (l - x) \operatorname{tg} \alpha]^3} \sqrt{12 + 9 \bar{r}^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}. \quad (6.28)$$

Подсчитаем степень использования ресурса пластичности при движении частицы вдоль линии тока от точки B до точки C (за исключением этих точек):

$$\Psi = \int_0^t \frac{H \, d\tau}{\Lambda_p \left[\frac{\sigma}{T} \right]} = \int_l^0 \frac{H \, dx}{v_x \Lambda_p \left[\frac{\sigma}{T} \right]}. \quad (6.29)$$

В это выражение необходимо подставить H из (6.28), v_x из (6.22) и значение пластичности Λ_p из диаграмм (рис. 14—28) для показателя напряженного состояния σ/T , подсчитываемого по формуле (6.19). В случае возникновения сложностей вычислительного порядка интегрирование можно осуществлять численно.

Выбранные выше линии тока имеют переломы в плоскостях входа и выхода. Как показали В. Джонсон и Х. Кудо [44], в точках пере-

лома частица получает конечную степень деформации. Так, в точке B (рис. 89) степень деформации

$$\Lambda_B = \left| \frac{v_r|_{x=l+0} - v_r|_{x=l-0}}{v_x|_{x=l}} \right|,$$

а так как

$$v_r|_{x=l+0} = 0,$$

$$v_r|_{x=l-0} = -v_0 \bar{r} \operatorname{tg} \alpha,$$

$$v_x|_{x=l} = v_0,$$

то

$$\Lambda_B = \bar{r} \operatorname{tg} \alpha. \quad (6.30)$$

Также можно показать, что и

$$\Lambda_C = \bar{r} \operatorname{tg} \alpha. \quad (6.30a)$$

Наибольшее значение Λ_B и Λ_C имеют на наружной поверхности прутка $\bar{r} = 1$ и равны нулю на его оси $\bar{r} = 0$.

Полное использование пластичности некоторой частицы металла, положение которой в сечении изделия фиксируется параметром $\bar{r}$, при деформации за один проход можно записать так:

$$\Psi_i = \frac{\Lambda_B}{\Lambda_p \left[\left(\frac{\sigma}{T} \right)_0 \right]} + \Psi_{BC} + \frac{\Lambda_C}{\Lambda_p \left[\left(\frac{\sigma}{T} \right)_1 \right]}.$$

Расчет по этой формуле производится с учетом выражений (6.20), (6.21), (6.29), (6.30) и (6.30a). Использование запаса пластичности за n проходов, естественно, составит

$$\Psi = \sum_{i=1}^n \Psi_i.$$

Условие деформирования без разрушения, как уже неоднократно отмечалось, будет $\Psi < 1$.

3. Гидроэкструзия и возможность ее применения для деформации хрупких материалов

От хорошо известных и распространенных способов обработки металлов давлением гидроэкструзия, или прессование жидкостью, находящейся под высоким давлением, отличается особо благоприятной схемой напряженного состояния и вместе с тем резким уменьшением вредной роли сил трения. Принципиальная схема прессования металлов жидкостью высокого давления (рис. 90) состоит в том, что в замкнутый объем, образованный контейнером, матрицей и заготовкой, подается жидкость. При достижении определенного давления, необходимого для преодоления сопротивления деформации материала заготовки и сил трения в очаге деформации, происходит выдавлива-

ние изделия через матрицу. Процесс может осуществляться также с противодавлением, что позволяет прессовать особо хрупкие материалы (рис. 90, б). Прессование с противодавлением осуществить несколько сложнее, чем без противодавления, поэтому важно получить ответ на вопрос о рациональном применении того или иного варианта гидроэкструзии. Ниже покажем, как можно однозначно ответить на этот вопрос.

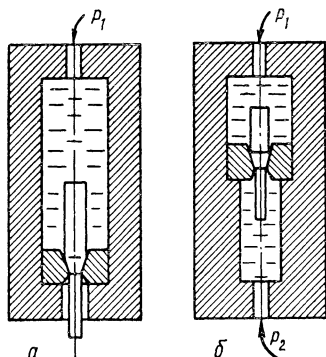


Рис. 90. Схема прессования металлов жидкостью, находящейся под высоким давлением (гидроэкструзия):

а — прессование в атмосферу; б — прессование с противодавлением

Гидроэкструзия еще не получила достаточно широкого применения в промышленности. Но то, что она позволяет осуществить пластическую деформацию хрупких в обычных условиях металлов, получить при этом точные изделия со сложной конфигурацией поперечного сечения, делает прессование жидкостью весьма перспективным и в некоторых случаях незаменимым процессом обработки металлов давлением.

Способ деформирования металлов жидкостью высокого давления предложен в 40-х годах П. Бриджменом [25]. Изучая эффект повышения пластичности металлов при деформации под гидростатическим давлением, он пытался использовать его в известных технологических процессах — волочении и прессовании. При волочении под давлением

предполагалось, что деформацию можно осуществить на большую величину без отжига и металл получит более высокую степень деформационного упрочнения, чем при обычном волочении. Опыты по волочению под давлением проводились с обычной рояльной проволокой диаметром 1,93 мм. Эта проволока была подвергнута волочению под давлением 120 Гн/м^2 (12 000 атм) и за шесть проходов без отжига был достигнут конечный диаметр 0,66 мм.

При выдавливании металла жидкостью высокого давления Бриджмен ожидал получения больших степеней деформации за проход и считал, что будущее этого способа состоит только в получении проволоки непосредственно из заготовки. Опыты по выдавливанию жидкостью высокого давления были проведены на образцах из меди. Вытяжка при этом составляла 16. Однако в этих опытах Бриджмен не смог получить удовлетворительных результатов при дальнейшем увеличении степени деформации. В своей монографии он пишет «Металл вместо того, чтобы выходить плавно, начинает выбрасываться отдельными кусками. Если же не выбрасывается таким образом, он может разрываться у устья фильеры по диагональным плоскостям сдвига». Ниже ответим на вопрос: какие деформации можно осуществить гидроэкструзией без разрушения обрабатываемого изделия?

Подробное исследование процесса гидроэкструзии в конце 50-х годов впервые осуществили Б. И. Береснев, Л. Ф. Верещагин и Ю. Н. Рябинин [11—22]. Их работы посвящены изучению условий истечения металла из матрицы и влиянию способа обработки металлов давлением жидкостью на изменение их механических свойств. В этих работах проводилось сравнительное изучение силовых параметров обычного прессования пауансоном и прессования жидкостью, а также исследовался вопрос возможности применения этого способа при производстве некоторых изделий — трубчатых, профильных и др. В этих же работах дано описание аппаратуры для гидроэкструзии.

В частности, Б. И. Бересневым было отмечено, что диаметр прутков после выдавливания был несколько меньше диаметра очка матрицы, зазор составлял примерно 10 *мкм*. Это позволило сделать вывод о том, что между деформируемым металлом и матрицей имеется пленка рабочей жидкости, что приводит к значительному уменьшению сил трения в очаге деформации. Такая пленка, отмечает Б. И. Береснев, имеется только при установившемся процессе, в начальный же момент в очаге деформации силы трения достигают значительной величины (заготовка перед экструзией запрессовывается в матрицу «насухо»). Ниже при определении напряженного состояния в очаге деформации будем считать, что силы трения на поверхности контакта с матрицей равны нулю.

Исследования многих авторов посвящены изучению механических свойств металлов, деформированных жидкостью высокого давления. Образцы после прессования жидкостью подвергались последующим испытаниям на растяжение при атмосферном давлении до разрыва. Опыты показали, что деформация экструзией, как и следовало ожидать, сопровождается упрочнением металла. Упрочнение в зависимости от степени деформации происходит с той же интенсивностью, как и при обычной холодной деформации, например волочением или прокаткой. Однако пластические свойства с ростом деформации уменьшаются при экструзии значительно медленней, чем обычно. Ниже по описанной в предыдущих параграфах методике будет показано, как подсчитать степень использования пластичности металла при гидроэкструзии и определить остаточные пластические свойства.

В последние годы появилось много публикаций, показывающих, что над проблемой гидроэкструзии работают большие коллективы ученых и инженеров как в СССР, так и за рубежом. Ведется дальнейшее изучение физических процессов, сопровождающих деформацию металла в условиях значительного гидростатического сжатия. Большое внимание уделяется созданию аппаратуры, которая позволила бы широко внедрить гидростатическое прессование в промышленность. В настоящее время накоплено довольно много научных результатов по исследованию процесса гидроэкструзии, которые заслуживают специального рассмотрения. Остановимся лишь на вопросах разрушения и использования пластичности металла.

Определим напряженное состояние в очаге деформации при гидроэкструзии металла. Будем считать, что в установившемся процессе

прессования трение между прутком и стенками матрицы достаточно мало, чтобы принять $\tau_{\theta=\alpha}|_{\alpha 0} = 0$. При выводе зависимостей учтем замечания Р. Хилла, что напряженное состояние при прессовании через гладкую матрицу без противодействия отличается от напряженного состояния при волочении без противонапряжения при прочих равных условиях (одинаковые обжатия, угол наклона образующей матрицы) на величину гидростатического давления, равного по абсолютной величине среднему напряжению волочения [176].

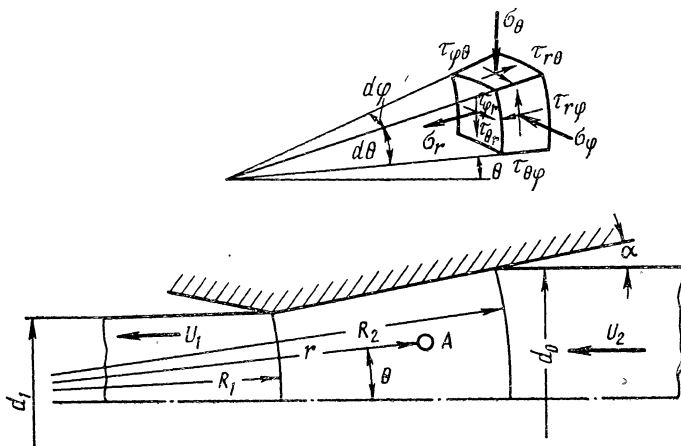


Рис. 91. Схема деформации круглого прутка (к расчету напряженного и деформированного состояний при гидроэкструзии)

В то же время будем иметь в виду, что напряженное состояние при прессовании с противодействием отличается от напряженного состояния при прессовании без противодействия на величину гидростатического давления, равного противодействию p_2 . Имея это в виду, воспользуемся для определения напряженного состояния при гидроэкструзии решением задачи о волочении прутка, сделанным вариационным методом [93]. Схема волочения прутка показана на рис. 91.

Принимаем течение металла в очаге деформации радиальным. Имеем осесимметричную задачу, которую рассмотрим в сферических координатах (напряжения не зависят от φ). Полагая, что имеет место равенство касательных напряжений $\tau_{\varphi r} = \tau_{\varphi \theta} = 0$ и скоростей главных деформаций $\xi_{\theta} = \xi_{\varphi}$, откуда следует равенство напряжений $\sigma_{\theta} = \sigma_{\varphi}$, дифференциальные уравнения равновесия можно записать таким образом:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r} [2(\sigma_r - \sigma_{\theta}) + \tau_{r\theta} \operatorname{ctg} \theta] &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r} 3\tau_{r\theta} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.31)$$

Исходя из известных граничных условий выберем статически возможные компоненты тензора напряжений. Начнем с касательных напряжений $\tau_{r\theta}$. Нам известно, что на поверхности проволоки и на ее оси $\tau_{r\theta} = 0$. Наибольшие сдвиговые деформации $\gamma_{r\theta}$ металл проволоки получает при входе и выходе из очага деформации. Так, наружное волокно получает вначале изгиб на угол, примерно равный углу наклона образующей канала волокна к оси волочения, а затем при выходе изгиб в противоположном направлении. Итак, на входе и выходе знаки $\tau_{r\theta}$ должны быть равными, причем на входе «плюс», а на выходе «минус». Можно ожидать, что наибольшее абсолютное значение $\tau_{r\theta}$ будет иметь также на входе и выходе. Всем этим условиям удовлетворяет, например, такая формула касательных напряжений:

$$\tau_{r\theta} = \tau_s \left(2 \frac{r - R_1}{R_2 - R_1} - 1 \right) \sin \frac{\pi\theta}{\alpha}. \quad (6.32)$$

Точность решения можно было бы еще повысить, если добавить к этому уравнению корректирующий ряд подходящих функций с варьируемыми коэффициентами, удовлетворяющих граничным условиям. Однако в данной задаче ограничились выражением (6.32), так как даже в этом случае напряженное состояние будет определено четырьмя варьируемыми коэффициентами.

Из уравнения равновесия (6.31) имеем

$$\sigma_\theta = - \int \left(\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} r - 3\tau_{r\theta} \right) d\theta + f_1(r),$$

или, подставив в это выражение формулу (6.32), получим

$$\sigma_\theta = \frac{\alpha}{\pi} \tau_s \frac{8r - 3(R_2 + R_1)}{R_2 - R_1} \cos \frac{\pi\theta}{\alpha} + f_1(r). \quad (6.33)$$

Произвольную функцию интегрирования $f_1(r)$ выберем в виде отрезка степенного ряда — линейного выражения

$$f_1(r) = a_1 + a_2 r,$$

в котором a_1 и a_2 — варьируемые коэффициенты.

В свою очередь

$$\begin{aligned} \sigma_r = \exp \left(- \int \frac{2}{r} dr \right) & \left[\int \left(\frac{2\sigma_\theta}{r} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \tau_{r\theta} \operatorname{ctg} \theta \right) \times \right. \\ & \left. \times \exp \left(\int \frac{2}{r} dr \right) dr + f_2(\theta) \right], \end{aligned}$$

или, подставив значение σ_θ и $\tau_{r\theta}$ из формул (6.32) и (6.33), получим

$$\begin{aligned} \sigma_r = \frac{\alpha}{\pi} \tau_s & \left[\frac{16r}{3(R_2 - R_1)} - \frac{3(R_2 + R_1)}{(R_2 - R_1)} \right] \cos \frac{\pi\theta}{\alpha} + a_1 + \frac{2}{3} a_2 r - \\ & - \tau_s \left[\frac{2r}{3(R_2 - R_1)} - \frac{R_2 + R_1}{2(R_2 - R_1)} \right] \sin \frac{\pi\theta}{\alpha} \operatorname{ctg} \theta - \\ & - \frac{\pi}{\alpha} \tau_s \left[\frac{2r}{3(R_2 - R_1)} - \frac{R_2 + R_1}{2(R_2 - R_1)} \right] \cos \frac{\pi\theta}{\alpha} + \frac{f_2(\theta)}{r^2}. \end{aligned} \quad (6.34)$$

Произвольную функцию интегрирования $f_2(\theta)$ выберем в виде отрезка тригонометрического ряда:

$$f_2(\theta) = a_3 + a_4 \cos \frac{\pi\theta}{\alpha},$$

в котором a_3 и a_4 также искомые варьируемые коэффициенты. Одну из четырех неизвестных величин a_1 определим из условия равновесия заднего «жесткого конца», которое можно записать, имея в виду, что противонапряжения нет, таким образом:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\alpha (\sigma_{r|r=R_2} R_2^2 \sin \theta \cos \theta - \tau_{r\theta|r=R_2} R_2^2 \sin^2 \theta) d\varphi d\theta = 0.$$

Подставив в это уравнение значения $\sigma_{r|r=R_2}$ из выражения (6.34) и $\tau_{r\theta|r=R_2}$ из формулы (6.32), получим

$$a_1 = \tau_s \frac{7 \frac{R_2}{R_1} - 9}{3 \left(\frac{R_2}{R_1} - 1 \right)} \left[\frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha}{4 - \frac{\pi^2}{\alpha^2}} \left(\frac{\pi}{\alpha} - 4 \frac{\alpha}{\pi} \right) + \frac{\frac{\alpha}{\pi}}{\sin^2 \alpha} \right] - \\ - \frac{2}{3} a_2 R_2 - \frac{a_3}{R_2^2} - \frac{a_4}{R_2^2} \cdot \frac{4 \operatorname{ctg}^2 \alpha}{4 - \frac{\pi^2}{\alpha^2}}. \quad (6.35)$$

Остальные неизвестные величины a_2 , a_3 , a_4 определим варьированием по этим коэффициентам функционала принципа возможных изменений напряженного состояния:

$$\int_V g_2(T) T \delta T dV - \int_S (v_p \delta p + v_\tau \delta \tau) dS = 0, \quad (6.36)$$

где V — объем очага деформации проволоки (рис. 91), ограниченный сферическими поверхностями радиусами R_1 и R_2 ;

S — вся внешняя поверхность очага деформации, состоящая из боковой поверхности и торцовых сферических поверхностей;

τ и p — касательное и нормальное напряжения на внешней поверхности;

v_τ и v_p — соответствующие им скорости перемещения.

На боковой поверхности $\tau = 0$ и $v_p = 0$, т. е. мощность на вариации внешних сил равна нулю. На входе в волоку касательное напряжение задано (не имеет варьируемых коэффициентов) и, следовательно, вариация $\delta \tau_{r\theta|r=R_2} = 0$. Нормальное напряжение равно $p = \sigma_{r|r=R_2}$, а скорость перемещения $v_p = -v_2 \cos \theta$. На выходе из волоки касательное напряжение также задано и $\delta \tau_{r\theta|r=R_1} = 0$, а $p = \sigma_{r|r=R_1}$ и $v_p = v_1 \cos \theta$. Отсюда мощность на вариации внеш-

них сил в уравнении (6.36) запишется в виде

$$\delta \int_S (v_p p + v_\tau \tau) dS = -\frac{1}{2} v_2 \delta \int_0^{2\pi} \int_0^\alpha \sigma_{r|r=R_2} R_2^2 \sin 2\theta d\theta d\varphi + \\ + \frac{1}{2} v_1 \delta \int_0^{2\pi} \int_0^\alpha \sigma_{r|r=R_1} R_1^2 \sin 2\theta d\theta d\varphi. \quad (6.37)$$

Из условия постоянства объема имеем $v_2 R_2^2 = v_1 R_1^2$, т. е. формулу (6.37) можно записать так:

$$\delta \int_S (v_p p + v_\tau \tau) dS = -\frac{1}{2} v_1 R_1^2 \delta \int_0^{2\pi} \int_0^\alpha (\sigma_{r/r=R_2} - \sigma_{r/r=R_1}) \sin 2\theta d\theta d\varphi. \quad (6.38)$$

Решим задачу о напряженном состоянии проволоки в первом лучшем приближении. Известно, что

$$g_2(T) = \frac{H}{T},$$

или, так как при деформации в холодном состоянии $T = \tau_s$ (τ_s — сопротивление деформации на сдвиг которое зависит лишь от степени деформации),

$$g_2(T) = \frac{H}{\tau_s}.$$

Исходя из принятой схемы радиального течения определим H . Так как имеем место равенство скоростей главных деформаций $\xi_\theta = \xi_\varphi$, из уравнения несжимаемости

$$\xi_\theta + \xi_\varphi + \xi_r = 0$$

имеем

$$\xi_r = -2\xi_\theta.$$

При радиальном течении $\eta_{r\theta} = 0$, тогда интенсивность скоростей деформации сдвига

$$H = \sqrt{3} \xi_r.$$

Скорость проволоки в любом сечении очага деформации из условия постоянства объема равна $v = -v_1 \frac{R_1^2}{r^2}$, следовательно,

$$\xi_r = \frac{\partial v}{\partial r} = \frac{2v_1 R_1^2}{r^3}.$$

Таким образом,

$$g_2(T) = \frac{6}{\sqrt{3}} \cdot \frac{v_1 R_1^2}{r^3 \tau_s}. \quad (6.39)$$

Вариационное уравнение (6.36) после подстановки в него формул (6.38) и (6.39) принимает вид

$$\delta \left\{ \int_0^{2\pi} \int_0^\alpha \int_{R_1}^{R_2} \frac{2\sqrt{3}}{\tau_3 r^3} T^2 \sin \theta dr r^2 d\theta d\varphi + \int_0^{2\pi} \int_0^\alpha (\sigma_{r/r=R_2} - \sigma_{r/r=R_1}) \sin 2\theta d\theta d\varphi \right\} = 0. \quad (6.40)$$

Квадрат интенсивности касательных напряжений для рассматриваемой задачи

$$T^2 = \frac{1}{3} (\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + \tau_{r\theta}^2.$$

Подставив в выражение (6.40) значения σ_r из формулы (6.34), σ_θ из уравнения (6.33) и $\tau_{r\theta}$ из формулы (6.32) и продифференцировав выражение в фигурных скобках по параметрам, получим три уравнения для определения искомых величин:

$$\frac{\partial D}{\partial a_2} = 0; \quad \frac{\partial D}{\partial a_3} = 0; \quad \frac{\partial D}{\partial a_4} = 0.$$

Корни этих уравнений имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} a_2 = & + \frac{\alpha}{\pi} \tau_s \frac{1}{R_2 - R_1} \cdot \frac{8 \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2}}{\frac{\pi^2}{\alpha^2} - 1} - \frac{72}{7} \tau_s \frac{\cos^2 \frac{\alpha}{2}}{R_2 + R_1} + \\ & + \frac{6}{(R_2 + R_1) R_1 R_2} \left(a_3 + a_4 \frac{\operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 - \frac{\pi^2}{\alpha^2}} \right); \\ a_3 = & - a_4 \frac{\operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 - \frac{\pi^2}{\alpha^2}} + \frac{12}{7} \tau_s \cos^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{R_2^2 \left[\left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right)^2 - 4 \frac{R_2}{R_1} \right]}{\frac{1}{2} \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right)^2 \left(\frac{R_2^2}{R_1^2} + 1 \right) - 4 \frac{R_2^2}{R_1^2}}; \\ a_4 = & \frac{4R_2^2}{\left(\frac{R_2^4}{R_1^4} - 1 \right)} \tau_s \left\{ \frac{8}{3} \cdot \frac{\alpha}{\pi} \cdot \frac{R_2}{R_1} + \frac{\pi}{\alpha} \left[\frac{2}{3} \cdot \frac{R_2}{R_1} - \frac{\left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right)^2}{4} \right]^4 \times \right. \\ & \left. \times \left[1 + 2 \frac{\frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2}}{4\pi^2 - 1} + \frac{\operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\left(\frac{\pi^2}{\alpha^2} - 1 \right)^2}}{\left(1 + \frac{1}{1 - \frac{4\pi^2}{\alpha^2}} \right) \sin^2 \frac{\alpha}{2} - \frac{2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\left(1 - \frac{\pi^2}{\alpha^2} \right)^2}} \right] \right\} + \end{aligned}$$

$$+ \frac{12}{7} \cdot \frac{\tau_s R_2^2}{\frac{R_2^2}{R_1^2} + 1} \cdot \frac{\frac{4 \cos^2 \alpha}{4 - \frac{\pi^2}{\alpha^2}} + \frac{\operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} \sin^2 \alpha}{\frac{\pi^2}{\alpha^2} - 1}}{\left(1 + \frac{1}{1 - \frac{4\pi^2}{\alpha^2}}\right) \sin^2 \frac{\alpha}{2} - \frac{2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\left(1 - \frac{\pi^2}{\alpha^2}\right)^2}}. \quad (6.41)$$

Таким образом, для конкретных значений обжатия проволоки $\frac{R_2}{R_1} = \frac{d_0}{d_1}$ и угла наклона образующей волокна α можно определить по формулам (6.41) и (6.35) величины a_1 , a_2 , a_3 и a_4 и, следовательно, значения напряжений σ_r и σ_θ в любой точке очага деформации.

Для того чтобы вычислить показатель напряженного состояния при прессовании, надо предварительно определить среднее напряжение волочения. Из условия равновесия переднего конца прутка получим

$$p = \frac{4}{\pi d_1^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\alpha (\sigma_{r/r=R_1} R_1^2 \sin \theta \cos \theta - \tau_{r\theta/r=R_1} R_1^2 \sin^2 \theta) d\varphi d\theta. \quad (6.42)$$

Порядок подсчета показателя напряженного состояния в любой точке очага деформации при гидроэкструзии будет следующим. Вычисляются с помощью формул (6.41) и (6.35) по заданным геометрическим размерам коэффициенты a_1 , a_2 , a_3 , a_4 ; по формулам (6.33) и (6.34) подсчитываются нормальные напряжения $\sigma_\theta = \sigma_\varphi$ и σ_r , свойственные процессу волочения; определяется среднее напряжение волочения (6.42). Тогда формула показателя напряженного состояния для гидроэкструзии без противодавления

$$\frac{\sigma}{T} = \frac{2\sigma_\theta + \sigma_r - 3p}{3\tau_s}, \quad (6.43)$$

а для случая гидроэкструзии с противодавлением p_2

$$\frac{\sigma}{T} = \frac{2\sigma_\theta + \sigma_r - 3(p + p_2)}{3\tau_s}. \quad (6.44)$$

Рассчитанный показатель напряженного состояния (6.43) или (6.44) позволяет сделать оценку возможности гидроэкструзии хрупкого металла. Как было отмечено в главе 2, для каждого металла существует некоторое свое критическое напряженное состояние $(\sigma/T)_{кр1}$, при котором происходит переход из пластического в хрупкое состояние, и наоборот. Критический показатель напряженного состояния для некоторых металлов получился следующим: Zn — (—0,4); Be — (+0,5); W — (—0,86) ÷ (—0,20). Пластическая деформация без разрушения того или иного металла возможна, если показатель σ/T , вычисленный по формулам (6.43) или (6.44), будет в любой точке очага деформации меньше $(\sigma/T)_{кр1}$. Расчеты показали,

что из названных трех металлов возможна гидроэкструзия без противодействия только бериллия. Цинк и вольфрам успешно без разрушения можно экструдировать лишь с противодействием.

Предельную степень деформации, которую можно сообщить металлу гидроэкструзией, определим из условия

$$\Psi = \int_0^t \frac{H(\tau) d\tau}{\Lambda_p \left[\frac{\sigma}{T}(\tau) \right]} < 1.$$

Интеграл, как уже отмечалось в предыдущих параграфах, вычисляется по линиям тока. Для произвольной линии тока 12 (рис. 91) с параметром θ интеграл следует представить в виде суммы Ψ_1 , Ψ_2 и Ψ_3 . Степень деформации сдвига в точках 1 и 2 разрыва поля скоро-

$$\Lambda_{1,2} = \operatorname{tg} \theta,$$

стей интенсивность деформации сдвига на линии 12 дается формулой

$$H = 2 \sqrt{3} \frac{v_1 R_1^2}{r^3}.$$

Тогда, имея в виду, что

$$d\tau = \frac{dr}{v} = \frac{r^2}{v_1 R_1^2} dr,$$

условие деформирования без разрушения можно записать:

$$\Psi = \frac{\operatorname{tg} \theta}{\Lambda_p \left[\left(\frac{\sigma}{T} \right)_1 \right]} + \int_{R_1}^{R_2} 2 \sqrt{3} \frac{dr}{r \Lambda_p \left[\left(\frac{\sigma}{T} \right)_2 \right]} + \frac{\operatorname{tg} \theta}{\Lambda_p \left[\left(\frac{\sigma}{T} \right)_2 \right]} < 1. \quad (6.45)$$

Неравенство (6.45) позволяет определить допустимую деформацию, которая не приводит металл к разрушению, и оставшийся запас пластичности $1 - \Psi$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агеев Н. П. Механические свойства стали при высоких температурах и различных скоростях деформации. Машпром, 1961.
2. Алферова Н. С., Острин Г. Л. В сб. «Теория и практика волочения и холодной прокатки труб» (материалы совещания в г. Первоуральске). ГОСИНТИ, 1961, с. 86.
3. Альшевский Л. Е. Тяговые усилия при холодном волочении труб. Металлургиздат, 1952.
4. Атрошенко А. П. В сб. «Труды Ленинградского политехнического института», № 263. Изд-во ЛПИ, 1966, с. 30.
5. Баакашвили В. С., Поздеев А. А., Тарновский В. И. Сообщения АН ГрузССР, 1961, т. XXIX, № 3, с. 269.
6. Баакашвили В. С., Поздеев А. А., Тарновский В. И. Сообщения АН ГрузССР, 1964, т. XXXIII, № 1, с. 19.
7. Бабичков В. А. В сб. трудов МИИТа, вып. 76, 1952, с. 17.
8. Бартон П. Прикладная механика (Труды Американского общества инженеров-механиков), 1961, т. 28, серия E, № 2, с. 124.
9. Безклубенко Н. П. Производство стальных труб. ОНТИ, 1935.
10. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений, т. I и II. Физматгиз, 1959.
11. Береснев Б. И., Верещагин Л. Ф., Рябинин Ю. Н. Цветные металлы, 1958, № 8, с. 61.
12. Береснев Б. И., Верещагин Л. Ф., Рябинин Ю. Н. Известия АН СССР, ОТН, 1957, № 5, с. 48.
13. Береснев Б. И., Верещагин Л. Ф., Рябинин Ю. Н. Инженерно-физический журнал, 1958, т. 1, № 9, с. 119.
14. Береснев Б. И., Верещагин Л. Ф., Рябинин Ю. Н. Инженерно-физический журнал, 1958, т. 1, № 11, с. 105.
15. Береснев Б. И., Верещагин Л. Ф., Рябинин Ю. Н. Известия АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1959, № 1, с. 128.
16. Береснев Б. И., Булычев Д. К., Мартынов Е. Д. Заводская лаборатория, 1964, т. XXX, № 8, с. 1017.
17. Береснев Б. И., Верещагин Л. Ф., Рябинин Ю. Н. Заводская лаборатория, 1959, т. XXV, № 6, с. 736.
18. Береснев Б. И., Верещагин Л. Ф., Рябинин Ю. Н. Физика металлов и металловедение, 1959, т. VII, вып. 1, с. 128.
19. Береснев Б. И., Верещагин Л. Ф., Рябинин Ю. Н., Лившиц Л. Д. Некоторые вопросы больших пластических деформаций металлов при высоких давлениях. Изд-во АН СССР, 1960.
20. Береснев Б. И., Верещагин Л. Ф., Рябинин Ю. Н. Физика металлов и металловедение, 1959, т. VII, вып. 2, с. 247.
21. Береснев Б. И., Верещагин Л. Ф., Рябинин Ю. Н. Известия АН СССР, ОТН, 1958, № 10, с. 144.

22. Береснев Б. И., Верещагин Л. Ф., Рябинин Ю. Н. Известия АН СССР, ОТН, 1959, № 1, с. 128.
23. Богатов А. А., Козлов Г. Д., Плахотин В. С. В сб. «Проблемы деформации металлов» (УНИИЧМ), т. 6. Изд-во «Металлургия», 1967, с. 5.
24. Браун М. П., Винокур Б. Б., Мировский Э. Н., Геллер А. П., Марьюшкин Л. Г. Пластическая деформация и тепловая обработка крупных изделий из легированных сталей. Машгиз, 1961.
25. Бриджмен П. В. Исследование больших деформаций и разрыва. ИЛ, 1955.
26. Бровман М. Я. В сб. «Прокатное и трубное производство» (приложение к журналу «Сталь»). Metallurgizdat, 1959, с. 22.
27. Бровман М. Я. Применение теории пластичности в прокатке. Изд-во «Металлургия», 1965.
28. Булычев Д. К., Береснев Б. И., Гайдуков М. Г., Мартынов Е. Д., Радионов К. П., Рябинин Ю. Н. Физика металлов и металловедение, 1964, т. 18, вып. 3, с. 437.
29. Врацкий М., Францевич И. Сталь, 1933, № 5, с. 52.
30. Вуд У. А. и Сигал Р. П. В сб. «Усталость металлов». ИЛ, 1961, с. 25.
31. Гилман Дж. Механика (Периодический сб. переводов иностранных статей), 1962, № 5, с. 72.
32. Гончаревский М. С., Данилов Ф. А., Шайкевич С. С., Стасевич П. К. Бюлл. НТИ ВНИТИ, № 1, 2. Metallurgizdat, 1956, с. 128.
33. Губкин С. И. Пластическая деформация металлов, т. 1. Metallurgizdat, 1960.
34. Губкин С. И. Пластическая деформация металлов, т. 2. Metallurgizdat, 1961.
35. Губкин С. И. Деформируемость цветных сплавов, Сб. статей под ред. С. И. Губкина. Академиздат, 1947.
36. Губкин С. И., Звороно Б. П., Катков В. Ф., Норицин И. А., Попов Е. А., Смирнов-Аляев Г. А., Томленов Н. Д., Унковсов Е. П., Шофман Л. А. Основы теории обработки металлов давлением. Машгиз, 1959.
37. Губкин С. И., Мицкевич Н. И. В сб. «Научно-технические труды физико-технического института АН БССР», вып. II. Изд-во АН БССР, 1955, с. 37.
38. Гун Г. Я., Полухин П. И., Полухин В. П., Прудковский Б. А. Пластическое формоизменение металлов. Изд-во «Металлургия», 1968.
39. Гурса Э. Курс математического анализа. ГТТИ, 1934.
40. Давиденков Н. Н. Динамические испытания металлов. ОНТИ, 1936.
41. Давиденков Н. А., Спиридонова Н. И. Заводская лаборатория, 1945, т. XI, № 6, с. 583.
42. Давиденков Н. Н., Ставрогин А. Н. Известия АН СССР, ОТН, 1954, № 8, с. 101.
43. В сб. «Деформируемость металлов». Metallurgizdat, 1953.
44. Джонсон В., Кудо Х. Механика процесса выдавливания металла. Изд-во «Металлургия», 1965.
45. Дзугутов М. Л. Внутренние разрывы при обработке металлов давлением. Metallurgizdat, 1958.
46. Динник А. А. В сб. «Прокатное производство» (ДМеТИ), XXVII. Metallurgizdat, 1951, с. 147.
47. Емельяненко П. Т., Альшевский А. Е. Сталь, 1947, № 10, с. 904.
48. Ериклинцев В. В., Тарновский И. Я., Колмогоров В. Л. Известия Вузов. Черная металлургия, 1967, № 1, с. 92.

49. Ериклинцев В. В., Тарновский И. Я., Колмогоров В. Л. В сб. «Технология производства черных металлов» (УНИИЧМ), т. 3. Изд-во. «Металлургия», 1964, с. 195.
50. Жуков А. М. Известия АН СССР, ОТН, 1958, № 5, с. 110.
51. Зайков М. А., Перетятко В. Н. Известия вузов. Черная металлургия, 1959, № 8, с. 75.
52. Зайков М. А., Перетятко В. Н. Известия вузов. Черная металлургия, 1965, № 10, с. 90.
53. Заруев В. М. Сталь, 1949, № 2, с. 148.
54. Зуев М. И., Култыгин В. С., Виноград М. И., Остапенко А. В., Любинская М. А., Дзугутов М. Я. Пластичность стали при высоких температурах. Metallurgizdat, 1954.
55. Иванова В. С. Прочность металлов. Изд-во АН СССР, 1956.
56. Иванова В. С., Городненко Л. К., Геминев В. Н., Зубарев Н. В., Фридман З. Г., Либеров Ю. П., Терентьев В. Ф., Воробьев Н. А., Кудряшов В. Г. Роль дислокаций в упрочнении и разрушении металлов. Изд-во «Наука», 1965.
57. Ивлев Д. Д. Прикладная математика и механика, 1959, т. XXIII, вып. 3, с. 618.
58. Ильюшин А. А. Пластичность. Гостехиздат, 1948.
59. Ильюшин А. А. Известия АН СССР, ОТН, 1958, № 2, с. 64.
60. Ильюшин А. А. Пластичность. Основы общей математической теории. Академиздат, 1963.
61. Ильюшин А. А. Прикладная математика и механика, 1954, т. XVIII, вып. 6, с. 641.
62. Ильюшин А. А. Ученые записки МГУ, Механика, вып. 39, 1940, с. 9.
63. Ильюшин А. А., Ленский В. С. Сопrotивление материалов. Физматгиз, 1959.
64. Ильюшин А. А., Поздеев А. А., Тарновский И. Я., Тарновский В. И. Инженерный журнал, 1961, № 4, с. 59.
65. В сб. «Инженерные методы расчета технологических процессов обработки металлов давлением». Изд-во «Металлургия», 1964.
66. Иоффе А. Ф., Кирпичева М. В., Левицкая М. А. ЖРФХО (при ЛГУ), 1924, т. VI, вып. 1—6, с. 483.
67. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. Физматгиз, 1962.
68. Качанов Л. М. Прикладная математика и механика, 1942, т. VI, вып. 2, 3, с. 187.
69. Качанов Л. М. Известия АН СССР, ОТН, 1958, № 8, с. 26.
70. Качанов Л. М. Механика пластических сред. Гостехтеоретиздат, 1948.
71. Качанов Л. М. Прикладная математика и механика, 1940, т. IV, вып. 3, с. 37.
72. Качанов Л. М. Прикладная математика и механика, 1959, т. XXIII, вып. 3, с. 616.
73. Качанов Л. М. В сб. «Исследования по упругости и пластичности». Изд-во ЛГУ, 1961, с. 157.
74. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. Гостехтеоретиздат, 1956.
75. В сб. «Ковка крупных поковок. Результаты исследования технологических режимов». Машгиз, 1962.
76. Колмогоров В. Л. Известия вузов. Черная металлургия, 1960, № 9, с. 79.
77. Колмогоров В. Л. Известия вузов. Черная металлургия, 1963, № 11, с. 123.

78. Колмогоров В. Л. Инженерный журнал. Механика твердого тела, 1967, № 2, с. 143.
79. Колмогоров В. Л. В сб. трудов УПИ № 64. Машгиз, 1958.
80. Колмогоров В. Л., Востриков Г. А. В сб. «Технология производства черных металлов» (УНИИЧМ), т. 3. Изд-во «Металлургия», 1964, с. 41.
81. Колмогоров В. Л., Ериклинцев В. В., Тарновский И. Я., В сб. «Совершенствование процессаковки крупных поковок» (НИПИГОР-МАШ). Свердловск, 1967, с. 61.
82. Колмогоров В. Л., Плахотин В. С., Богатов А. А., Востриков Г. А. Известия вузов. Черная металлургия, 1966, № 10, с. 72.
83. Колмогоров В. Л., Соколов И. А., Ериклинцев В. В., Уральский В. И. В сб. «Технология производства черных металлов» (УНИИЧМ). Изд-во «Металлургия», 1964, с. 95.
84. Колмогоров В. Л., Тарновский М. Я., Ериклинцев В. В. Известия вузов. Черная металлургия, 1964, № 9, с. 74.
85. Колмогоров В. Л., Уральский В. И., Ериклинцев В. В. Известия вузов. Черная металлургия, 1964, № 8, с. 110.
86. Колмогоров В. Л., Тарновский И. Я., Ериклинцев В. В. Известия вузов. Черная металлургия, 1964, № 9, с. 95.
87. Колмогоров В. Л., Тарновский И. Я. Известия вузов. Черная металлургия, 1964, № 11, с. 93.
88. Колмогоров В. Л., Тарновский И. Я., Ериклинцев В. В. В сб. «Технология производства черных металлов» (УНИИЧМ), т. 3. Изд-во «Металлургия», 1964, с. 82.
89. Тарновский И. Я., Колмогоров В. Л., Римм Э. Р., Востриков Г. А. Известия вузов. Черная металлургия, 1964, № 12, с. 78.
90. Колмогоров В. Л., Тарновский И. Я., Ериклинцев В. В. В сб. «Совершенствование процессовковки крупных поковок». (НИПИГОРМАШ). Свердловск, 1967, с. 65.
91. Колмогоров В. Л., Орлов С. И. Авт. свид. № 157822. Бюллетень изобретений и товарных знаков. 1963, № 19, с. 59.
92. Колмогоров В. Л., Орлов С. И. В сб. трудов УНИИЧМ, т. 2. Металлургиздат, 1963, с. 180.
93. Колмогоров В. Л., Орлов С. И., Селищев К. П. Волочение в режиме жидкостного трения. Изд-во «Металлургия», 1967.
94. Колмогоров В. Л., Шишминцев В. Ф. Физика металлов и металловедение, 1966, № 6, с. 910.
95. Колмогоров В. Л., Уральский В. И. и др. Бюлл. ЦИИН ЧМ, 1966, № 6 (530), с. 37.
96. Колмогоров В. Л., Уральский В. И., Плахотин В. С., Алешин В. А., Новицкий Я. Н. Использование ресурса пластичности металла при производстве холоднодеформированных труб. Свердловское книжное изд-во, 1966.
97. Колмогоров В. Л., Уральский В. И., Козлов Г. Д. Физика металлов и металловедение, 1967, № 1, с. 170.
98. Колмогоров В. Л., Уральский В. И., Плахотин В. С., Алешин В. А., Клур И. Н., Кровских Р. П., Моисеев Г. П. Бюллетень ЦНИИ ЧМ, 1966, № 6, с. 37.
99. Коффи Л. Ф. В сб. «Усталость и выносливость металлов». ИЛ, 1963, с. 257.
100. Кузема И. Д. Сталь, 1946, № 2, с. 96.
101. Куприн М. И., Файзулин В. Х. В сб. «Теория и технология прокатки» (УПИ), № 162. Свердловск. Изд-во УПИ 1967, с. 237.

102. Леванов А. Н., Тарновский И. Я. Известия вузов. Черная металлургия, 1963, № 6, с. 73.
103. Лейбензон Л. С. Собрание трудов, т. 1. Теория упругости. Академиздат, 1951.
104. Лейбензон Л. С. Элементы математической теории пластичности. Гостехиздат, 1943.
105. Либерман П. Я., Пейсхис М. И. Справочник по свойствам сталей, применяемых в котлостроении. Под ред. Канаева А. А. Машгиз, 1958.
106. Луденский А. М. Сталь, 1936, № 12, с. 40.
107. Марков А. А. Прикладная математика и механика, 1947, т. XI, вып. 3, с. 339.
108. Матвеев Ю. М., Осада Я. Е. Сталь, 1961, № 5, с. 429.
109. Михлин С. Г. Прямые методы в математической физике. Гостехтеоретиздат, 1950.
110. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. ИЛ, 1954.
111. Недовизий И. Н., Тарнавский А. Л. Скоростное волочение низкоуглеродистой проволоки. Металлургиздат, 1954.
112. Новожилов В. В. Прикладная математика и механика, 1952, т. XVI, вып. 5, с. 617.
113. Новожилов В. В. Теория упругости. Судпромгиз, 1958.
114. Одинг И. А. Известия АН СССР, ОТН, 1960, № 3, с. 3.
115. Одинг И. А. Прочность металлов. Гостехиздат, 1937.
116. Охрименко Я. М. В сб. «Производство и обработка стали» (МИС), XXXII. Металлургиздат, 1954, с. 392.
117. Пальмов Е. В. В сб. «Расчет и конструирование заводского оборудования» (УПИ), вып. 1. Машгиз, 1950, с. 130.
118. Папкович П. Ф. Теория упругости. Оборонгиз, 1939.
119. Пациорных А. И. В сб. трудов Ленинградского военно-механического института, № 6. Изд-во ЛПИ, 1957, с. 87.
120. Перетяtko В. Н., Зайков М. А. Известия вузов. Черная металлургия, 1961, № 6, с. 67.
121. Перетяtko В. Н., Зайков М. А. Известия вузов. Черная металлургия, 1964, № 4, с. 80.
122. Перетяtko В. Н., Зайков М. А. Известия вузов. Черная металлургия, 1965, № 4, с. 117.
123. Перлин И. Л. В сб. «Обработка металлов давлением». Под ред. Громова Н. П. Металлургиздат, 1952, с. 409.
124. Перлин И. Л. Теория волочения. Металлургиздат, 1957.
125. Пищиков Г. П., Алферова Н. С. Сталь, 1952, № 4, с. 336.
126. Полухин П. И., Воронцов В. К. Известия вузов. Черная металлургия, 1963, № 3, с. 85.
127. Пономарев С. Д., Бидерман В. Л., Лихарев К. К., Федосьев Б. А. Расчеты на прочность в машиностроении, т. 1. Машгиз, 1956.
128. Прагер В. Введение в механику сплошных сред. ИЛ, 1963.
129. Прагер В., Ходж Ф. Г. Теория идеально пластических тел. ИЛ, 1956.
130. Пресняков А. А. Определение пластичности металлов. Алма-ата. Изд-во АН КазССР, 1958.
131. Прозоров Л. В. В сб. «Прогрессивная технология кузнечноштамповочного производства» (ЛЮНИТОМАШ), кн. 31. Машгиз, 1952, с. 187.
132. Сб. «Производство труб», вып. 9. Металлургиздат, 1963.
133. Сб. «Пластичность металлов». Изд-во АН СССР, 1956.
134. Ренне И. П. Известия вузов. Машиностроение, 1964, № 6, с. 153.

135. Ренне И. П. Кузнечно-штамповочное производство, 1966, № 5, с. 12.
136. Римм Э. Р., Тарновский И. Я., Колмогоров В. Л. В сб. трудов Уральского политехнического института, № 142. Изд-во «Металлургия», 1965, с. 5.
137. Розе С. Н. Вестник Ленинградского университета, № 19, вып. 4. Изд-во ЛГУ, 1961, с. 71.
138. Самылин А. К., Грушева Т. Ф. В сб. «Производство труб», вып. 4. Metallurgizdat, 1961, с. 36.
139. Серенсен С. В., Когаев В. П., Шнейдерович Р. М. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. Машгиз, 1963.
140. Скуднов В. А., Соколов Л. Д. Теория пластической деформации. Тезисы докладов к областной научно-технической конференции. Горький, 1964, с. 53.
141. Смирнов - Аляев Г. А. Сопротивление материалов пластическим деформациям. Машгиз, 1961.
142. Смирнов - Аляев Г. А., Гун Г. Я. Известия вузов. Черная металлургия, 1961, № 1, с. 89.
143. Смирнов - Аляев Г. А., Розенберг В. М. Теория пластических деформаций металлов. Машгиз, 1956.
144. Смирнов В. И. Курс высшей математики, т. 1 и 4. Гостехтеоретиздат, 1957.
145. Смирнов В. С. Поперечная прокатка. Машгиз, 1948.
146. Смирнов В. С., Ефимов И. А. В сб. «Обработка металлов давлением» (ЛПИ), вып. 185. Машгиз, 1956, с. 37.
147. Смирнов В. С., Анисифоров В. П., Васильчиков М. В., Грановский С. П., Казанская И. И., Кузьмин А. Д., Мехов Н. В., Победин И. С. Поперечная прокатка в машиностроении. Машгиз, 1957.
148. Смирнов В. С. В сб. «Прокатное и трубное производство» (приложение к журналу «Сталь»). Metallurgizdat, 1958, с. 109.
149. Смирнов В. С., Белоусов Н. П. В сб. «Обработка металлов давлением» (ЛПИ), № 203. Машгиз, 1959, с. 135.
150. Согришин Ю. П., Попов А. В., Мороз В. Я. Кузнечно-штамповочное производство, 1964, № 11, с. 9.
151. Соколов Л. Д. ДАН СССР, 1952, т. LXXXVII, № 6, с. 905.
152. Соколовский В. В. Теория пластичности. Гостехтеоретиздат, 1950.
153. Сторожев М. В., Попов Е. А. Теория обработки металлов давлением. Машгиз, 1957.
154. Тарнавский А. Л. Эффективность волочения с противонапряжением. Metallurgizdat, 1959.
155. Тарнавский А. Л. В сб. трудов конференции по метизному производству. Челябинск. ЦБТИ Челябинского совнархоза, 1961, с. 42.
156. Тарновский И. Я., Колмогоров В. Л., Римм Э. Р. Известия вузов. Черная металлургия, 1964, № 10, с. 86.
157. Тарновский И. Я., Леванов А. Н., Скорняков В. Б., Маранц П. Д. Известия вузов. Черная металлургия, 1961, № 6, с. 53.
158. Тарновский И. Я., Леванов А. Н. Известия вузов. Черная металлургия, 1963, № 6, с. 121.
159. Тарновский И. Я., Леванов А. Н., Поксеваткин М. И. Контактные напряжения при пластической деформации. Изд-во «Металлургия», 1966.
160. Тарновский И. Я., Ляшков В. Б., Баакашвили В. С., Хасин Г. А. В сб. «Теория производства черных металлов» (УНИИЧМ), т. 2. Metallurgizdat, 1963, с. 146.

161. Тарновский И. Я., Поздеев А. А. Научные доклады Высшей школы, 1956, № 2, с. 78.
162. Тарновский И. Я., Поздеев А. А., Меандров П. В., Хасин Г. А. Механические свойства стали при горячей обработке давлением. Металлургиздат, 1960.
163. Тарновский И. Я., Поздеев А. А., Гонаго О. А. Деформации и усилия при обработке металлов давлением. Машгиз, 1959.
164. Тарновский И. Я., Поздеев А. А., Гонаго О. А., Трубин В. Н., Вайсбурд Р. А., Тарновский В. Н., Колмогоров В. Л. Теория обработки металлов давлением (Вариационные методы расчета усилий и деформаций). Металлургиздат, 1963.
165. Тарновский И. Я., Поздеев А. А., Вайсбурд Р. А., Гун Г. Я., Котельников В. П., Тарновский В. И., Скороходов А. Н., Колмогоров В. Л. Вариационные принципы механики в теории обработки металлов давлением. Металлургиздат, 1963.
166. Тарновский И. Я., Поздеев А. А., Пучков С. Г. Известия вузов. Черная металлургия, 1958, № 8, с. 81.
167. Тарновский И. Я., Лю Хай-кунь, Трубин В. Н. Известия вузов. Черная металлургия, 1961, № 7, с. 112.
168. Теория пластичности. Сб. статей под ред. Ю. Н. Работнова. ИЛ, 1948.
169. Тимошенко С. П. История науки о сопротивлении материалов. Гостехтеоретиздат, 1957.
170. Томленов А. Д. Механика процессов обработки металлов давлением. Машгиз, 1963.
171. Третьяков А. В., Трофимов Г. К., Зюзин В. И. Механические свойства металлов и сплавов при обработке металлов давлением. Изд-во «Металлургия», 1964.
172. Ужик Г. В. Сопротивление обрыву и прочность металлов. Академиздат, 1950.
173. Ужик Г. В. Прочность и пластичность металлов при низких температурах. Академиздат, 1957.
174. Унксов Е. П. Инженерная теория пластичности. Машгиз, 1959.
175. Уральский В. И., Старостин Ю. С., Козлов Г. Д., Шапиро В. Я. Цветные металлы, 1967, № 16 (333), с. 53.
176. Хилл Р. Математическая теория пластичности. Гостехтеоретиздат, 1956.
177. Хоменко О. А., Лапкин Н. И., Тимашук Д. Г. Металловедение и термическая обработка металлов, 1965. Инф. № 13, серия 11.
178. Федосов Н. М. В сб. «Прокатка и калибровка». Оборонная промышленность, 1940, с. 43.
179. Филоненко-Бородич М. М. Механические теории прочности. Курс лекций. Изд-во МГУ, 1961.
180. Фридман Я. Б. Единая теория прочности. Оборонгиз, 1944.
181. Фридман Я. Б. Механические свойства металлов. Оборонгиз, 1946.
182. Фридман Я. Б. В сб. «Теоретические основы конструирования машин», № 1. Машгиз, 1957, с. 257.
183. Фридман Я. Б., Зилова Т. К., Демина Н. И. Изучение пластической деформации и разрушения методом накатных сеток. Оборонгиз, 1962.
184. Целиков А. И. Вопросы обработки металлов давлением. Изд-во АН СССР, 1958.
185. Целиков А. И. Теория расчета усилий в прокатных станах. Металлургиздат, 1962.
186. Целиков А. И., Луговской В. М., Третьяков Е. М. Вестник машиностроения, 1961, № 7, с. 49.
187. Целиков А. И., Смирнов В. В. Сталь, 1952, № 7, с. 614.

188. Чекмарев А. П., Качайлов А. П. Научные труды Института по черной и цветной металлургии при Госплане СССР, т. 21, 1965, с. 306.
 189. Чижиков Ю. М. Заводская лаборатория, 1948, № 5, с. 608.
 190. Чижиков Ю. М. Прокатываемость стали и сплавов. Металлургиздат, 1961.
 191. Шефтель Н. И. Сталь, 1947, № 10, с. 926.
 192. Юферов В. М., Гейко И. К. Сталь, 1967, № 1, с. 74.
 193. Alberti Nicola. La trafilatura dei metalli alla luce delle moderne teorie della deformazione plastica. Ingegneria mess., 1962, 11, n 9, p. 25.
 194. Bobrowsky A. Ultra High Pressure — A Powerful Metalworking Tool Materials in Design Engineering, n 6, June, 1965.
 195. Brown G. T. M. Sc, An instrumented hot bend test for the assessment of forgeability. Metal Treatment, 1966, v. 33, n 251, 2/6.
 196. Endrele M. Možnost použití klinové zkoušky k hodnocení tvažitelnosti oceli za tepla. Hutnické listy, 1966, № 7, S. 477.
 197. Haas A. u. Karmann T. Zur Theorie der Spannungszustände in plastischen und standartigen Zuständen. Gotting. Nachrichten, 1909, Bd. 5, S. 204.
 198. Hensky H. Zur Theorie plastischen Deformationen und der hierdurch im Material hervorgerufenen Nachspannungen. Z. f. angew. Math. u. Mech., Bd. 4, H. 4, 1924, s. 323.
 199. Manson S. S. Behavior of materials under Conditions of thermal stress. T. N. N 2933 NACA (1953) Report N 1170 (1954).
 200. Kühnelt G., Straube H. Berg-und Hüttenmänn. Monatshefte, 1966, 111, N 9, 398—405. Diskuss. 468—471.
 201. Pawelski Oskar. Der Spannungszustand bei der eben-und rotations-symmetrischen Umformung durch Ziehen und Einstoßen. Teil II: Die Spannungen beim Ziehen und Einstoßen von Rundstäben. Archiv für das Eisenhüttenwesen, 1961, 32, N 9, S. 607.
 202. Pugh H. hl. D. The mechanical Properties and deformation characteristics of metals and alloys under pressure, NEL Report, N 142. March, 1964.
 203. Siebel E. Die Formgebung in bildsamen Zustand. Dusseldorf, 1932.
 204. Zidek Mula n. Hutník (ČSSP), 1966, 16, N 8, 385.
-

КОЛМОГОРОВ Вадим Леонидович

НАПРЯЖЕНИЯ ДЕФОРМАЦИИ РАЗРУШЕНИЕ

Редактор издательства *А. В. Зиновьев*
Технический редактор *В. В. Михайлова*
Переплет художника *А. А. Иванова*

Сдано в производство 22/V 1969 г.

Подписано в печать 19/I 1970 г.

Бумага типографская № 2 =

= 7,25 бум. л. = 14,5 печ. л. Уч.-изд. л, 14,86

Заказ 217. Изд. № 5092. Т-01524

Тираж 4100 экз. Цена 1 р. 69 к.

Издательство «Металлургия»
Москва, Г-34, 2-й Обыденский пер., д. 14

Ленинградская типография № 6
Главполиграфпрома Комитета по печати
при Совете Министров СССР
Ленинград, С-144, ул. Моисеенко, 10